IV 学生レポート 等

1. 数学共創・創発モデリング報告

数理学系　D2
程 宇中

共創メンター／**大学院農学研究院　Ta Viet Ton**

The theme of study in Professor Ton's laboratory is weather forecasting using deep learning techniques. The problem is to construct a forecasting model through a deep neural network based on data collected from the Ito campus, Kyushu University. The data is a record per 10 minutes during 2021 and 2022, consisting of seven variables: Temperature, humidity, Solar radiation, Wind speed, Wind direction, rainfall, and Pressure. Our goal is to use a deep learning model to predict all seven parameters. Before building the model, we will preprocess the data, dividing it into training and test sets, and reducing its dimensionality. Our chosen network is a Multilayer Perceptron (MLP), a commonly used deep neural network with fully connected layers. Our study examines an MLP with three layers: one input layer, one output layer, and one hidden layer. We use a stochastic gradient descent algorithm with a squared loss function to update the parameters during training. The architecture of the MLP will be determined by the number of hidden nodes and the training performance will be controlled by the learning rate hyperparameter. To find the best combination of hidden nodes and learning rate, we will use k-fold cross-validation. The final model shows good results in terms of the squared loss on the test set, and it is capable of simultaneously predicting all seven parameters, which is a unique advantage of our approach. The study results will be presented in a future paper.

数理学系　D2
野田 航平

共創メンター／**大学院システム情報科学研究院　廣川 真男**

物理層のセキュリティに関する藤井-廣川による仕事(2022)の論文を通読し、背後にある数理構造に関して確率解析を用いて調べた。個々の確率微分方程式は確率フィルタリングの問題に落とし込むことができるが、系全体では理論的な解析が難しいことがわかった。難しいだけでは終わらせずに解析方法を見出そうとしたが、その試みは果たせなかった。廣川先生からは「解かれると困る」という言葉をいただき、理論と実務の間の研究の難しさを感じた。確率解析の技術をより一層磨き、将来、改めて問題に挑戦したいと考えている。

数理学系　D2
吉瀬 流星

共創メンター／**大学院システム情報科学研究院　山本 薫**

リーダーが誘導する移動ロボットのフォーメーション制御について研究した。特に、あるロボットが離脱する状況において、より安定したフォーメーションを与え続けるという課題に取り組んだ。結果として、平面上の自然なフォーメーションから与えられた階層構造を持つ有向グラフに対し、ノードを削除したときに代数的連結度が減少しないためには、各ノードの上位層に少なくとも1つの隣接ノードが存在し続けることが必要十分であることを証明した。

システム情報科学学系　D2
陳 林

共創メンター／**マス・フォア・インダストリ研究所　鍛冶 静雄**

商店街での歩行者の行動を分析することにより、店舗や通路の配置を最適化し、ショッパーの活性化を増やす課題を見つけた。二つの場所に設置したカメラで歩行者の行動ビデオを撮影した。画像処理を活用して、二つのビデオに現れた同一人物を識別して追跡できた。そして、カメラに決めた検知範囲に判別した人物を使って識別モデル性能の評価メソッドを提案した。今後、大量のデータでモデルを訓練して、識別正確率を向上する。

数理学系　D1
隈部 哲
共創メンター／大学院農学研究院　Ta Viet Ton

生物学者らによって定式がなされた森林遷移モデル(森林が耕作地や荒廃地へ遷移する様子を表す差分方程式で与えられるモデル)を確率微分方程式に拡張したモデルを導入し、解の存在などの確率微分方程式としての性質や数値的な考察を行っている。

数理学系　D1
吉田 航
共創メンター／大学院工学研究院　池田 達紀

弾性波速度変化の数値データに対して、統計的な分析を行なっている。その中で、動的回帰モデルのスパース推定手法を開発した。本手法は、回帰係数を(i)時変(ii)非0で一定(iii)0で一定の3パターンのうち、どれに属するか効率よく選択する。現在、上記データに対して、本手法を適応し、様々なパターンの周期成分や、トレンド成分を推定することを試みている。

数理学系　D1
江頭 貴成
共創メンター／大学院システム情報科学研究院　竹内 純一

高い汎化性能を示す深層学習の理論的な仕組みの解明に取り組んだ。より具体的には隠れ層が一層の場合のニューラルネットワークにおける、活性化関数にReLUを用いた場合についての理論を研究した。活性化関数が存在しない場合では、指数的に小さい誤り確率が得られている。そこで、活性化関数にReLUを用いた場合でも誤り確率が指数的に小さいことを数学的に証明することを試みたが、成果は出せなかった。ReLUの非線形性をどのように処理するかが今後の課題である。

数理学系　D1
楊 曼
共創メンター／大学院農学研究院　Ta Viet Ton

We introduce a new SDE model to investigate the dynamics of schooling predators attacking schooling prey in an obstacle-free domain. This new model differs from that of our previous work since schooling predators will be considered not only one. Many techniques developed in the model can directly be available to analyze their solutions, including asymptotic behavior and numerical computations. And the rules of behavior of individual animals can be described precisely.

システム情報科学系　D1
成重 椋太
共創メンター／大学院システム情報科学研究院　廣川 真男

励起子トランジスタにおける励起子輸送機構の現象的な理解のために、励起子の生成・消滅や輸送に関する先行研究について、電気電子工学や数学の視点から議論した。また、デバイスシミュレータを用いて、「輸送方向の電界勾配による誘電泳動力が輸送の駆動力になっている」という仮説を立て、励起子輸送のメカニズム検証を試みた。結果、励起子の輸送や生成・消滅に関する理解は深まったが、輸送の現象論的な理解には至らなかった。今後は別の仮説や、実際にデバイスを作製し、評価することから得られたデータを用いて励起子輸送機構の数理モデル構築を目指す。

システム情報科学系　D1
藤井 彬人
共創メンター／マス・フォア・インダストリ研究所　佐伯 修

コンタの位置関係は、科学データの説明に役に立つが、場の値によって複雑に変化する。従って、ユーザの選択した値でのコンタの位置関係がデータの説明と一致するとは限らず、偏りを持った解析に陥る可能性がある。そのため、どの値までコンタの位置関係がトポロジー的に等しいのかを探索する、数理構造を提案すべく、数学的に厳密な定義と計算アルゴリズムをメンターと議論しながら、完成させた。今後の課題は、数理構造を可視化することによって得られる結果の評価である。

数理学系　M2
足立 大雅

共創メンター／大学院法学研究院　西村 友海

法学部情報法ゼミを選択した。情報法ゼミでは、AIやSNSなどに関連する法学的課題を扱う。
AI裁判官の導入、個人情報保護、情報活用などへの数学的アプローチの模索を共創モデリングの目的としている。最初の研究活動として、深層学習のプログラムを実装し、法律の解析を試みた。秋には九重研修において、smart newsとのワークショップや国際基督教大学との合同ゼミに参加した。今後の目標は準同型暗号による、情報保護と活用の両立の可能性及びその法律への影響の研究である。

数理学系　M2
太田 亮輔

共創メンター／情報基盤研究開発センター　櫻井 大督

私はトポロジーを専攻しているため、それを応用するためにトポロジカルデータ解析に関係している研究室を選んだ。現在は、多目的最適化問題を解くアルゴリズムの精度を測るためのベンチマーク問題の作成に取り組んでいる。特に、所望の位置に（局所）最適解が現れるような問題の作成を目指している。その際に、最適解たちからなる集合が目的関数のある種の特異点集合として得られるため、特異点の位置をうまく調節して関数を作っている。

数理学系　M2
河面 瑛太朗

共創メンター／基幹教育院　岡本 剛

研究室では、EEGなどの脳波データの統計解析に関する論文を読んだ。
論文を読んでいく中で、データに適合したモデルを選ぶ重要性やデータが理論の仮定をどれほど満たすのか考える重要性など、理論を学んでいるだけでは知り得なかった知識を得ることができた。
今後の目標としては、モデルをデータに当てはめて、脳波の解析をするという作業を自分で行ってみたいと考えている。

※数理学系　M2
木浦 和哉

共創メンター／大学院経済学研究院　大西 俊郎

保険数理に関する実務の基礎知識を得るために数学共創モデリングを行った。2021年度後期には、公益社団法人アクチュアリー実施の資格試験過去問題集から2020年度の数学の問題演習を通じて統計学の知識の総復習を行った。2022年度前期には京都大学理学部アクチュアリーサイエンス部門編の「アクチュアリーのための生命保険数学入門」という本を読み、生命保険数学に関する基礎知識を身につけた。同年7月22日までに全13章中8章を読み終わり、数学共創モデリングで読めなかった部分については夏休みに自習するつもりである。

数理学系　M2
田島 淩太

共創メンター／基幹教育院　岡本 剛

私はこの岡本研究室でニューラルネットワークについて、代数的な方向や解析的な方向から学んだ。代数的な方向ではNeural Algebraと呼ばれる代数的な対象について学び、解析的な方向ではFeedforward Neural Networkから得られる関数空間、特に特徴関数の線形和全体の空間の性質について調べた論文を読んだ。

数理学系　M2
田爪 竜二

共創メンター／大学院工学研究院　坂東 麻衣

私は、宇宙機の軌道設計や制御に関する問題を扱っている研究室を選んだ。最初は、動的モード分解を用いた解析の方法について議論した。この手法は、現在では機械学習の発展に伴い、非線形な問題に対しても活用できることが知られており、これを円制限三体問題の解析に用いる方法を考えた。その後は、円制限三体問題における周期解の存在の証明とその応用について考えた。周期解の存在証明については近年、変分法を用いた手法がよく知られている。その方法をMATLABに実装することで、周期解を数値的に求めることを試し、おおよそ成功した。この方法の実際の軌道設計への有用性を調べることが今後の目標である。

数理学系　M2
田中 友理

共創メンター／大学院経済学研究院　瀧本 太郎

モデリング科目では、経済学府で計量経済学の研究をした。研究内容として、2021年度経済学府開講の計量分析Ⅱ、マクロ数量分析特研Ⅱの2講義を履修した。計量分析Ⅱは講義形式であり、計量経済学の基礎を学ぶことができた。マクロ数量分析特研Ⅱは、学生の自主性が重視されたものであり、先生が用意してくださった論文を学生が各自予習し、講義の前半、担当の学生が発表を行い、講義後半、学生間で、ディスカッションを行うというものだった。

数理学系　M2
弘中 祐希

共創メンター／大学院芸術工学研究院　伊藤 浩史

研究室を選んだ目的は、共創メンターの伊藤先生は概日リズムを力学系を用いて研究されており、私が学んでいる複素力学系と関連があると考えたからである。伊藤先生とは、これまで月に1回程度セミナーを行い、それぞれの専門分野や興味を持っていることについて互いに説明し合うという活動を行った。外部の先生を招いてお話を聞く機会もあった。今後の方向性はまだ定まっていないが、互いの興味の共通点から共同研究のテーマを見出せればと思っている。

数理学系　M2
吉住 崚

共創メンター／大学院システム情報科学研究院　木村 慧

私はシステム情報科学府の来嶋秀治先生のところで、マルコフ連鎖の基礎について学んだ。セミナーを始めた当初は問題や定理に対する数学的な考え方と情報科学的な考え方の違いにとても苦労したが、セミナーの発表や来嶋先生との対話を通じて少しずつ情報科学の問題設定の背景を学ぶことが出来た。

現在は木村彗先生と最適化の勉強や研究をしているが、一つの問題を数学的視点と情報科学的視点の両方から見ることができるということは大きな自信になっている。

システム情報科学学系　M2
新垣 翔太

共創メンター／マス・フォア・インダストリ研究所　Gaina Daniel Mircea

私は量子コンピュータを対象としたプログラミング言語について取り組んでおり、これに関連する数学への理解を深めるため、指導教員からの助言も受けて、マスフォアインダストリ研究所のDaniel Gaina先生の下で共創モデリングを行った。Gaina先生の下では、講義を受けつつ問題演習やセミナーなどを行い、Term Rewriting Systemの基礎について学んだ。

共創モデリングを通してプログラミング言語への数学的な洞察が深まり、以前より厳密な理解を得た。

今後は引き続きGaina先生の下でモデル理論について学び、計算機と関係の深い計算や論理への理解を深め研究に活かす。

システム情報科学学系　M2
成 卓宇

共創メンター／マス・フォア・インダストリ研究所　鍛冶 静雄

システム情報科学分野には数学の力が重要だと思います。特に私の研究はonline learningであり、機械学習の理論部分をちゃんと理解しなければならないため、数学能力を上げたいと考えた。毎週一回、鍛冶先生と一緒にゼミを行った。自身の研究や他の学生の研究、また、最近読んでいる論文を紹介し、“ガスの検定と分析”、“Linear SVMのcoordinate descent method”、“person re-identification”という研究について他の学生と一緒にディスカッションした。他分野の研究を知って、考え方が広くなった。自分の研究もアドバイスをもらって、役立った。現在は、修士として、修士論文を完成することが一番の目標である。

経済学系　M2
黄 一然
共創メンター／マス・フォア・インダストリ研究所　廣瀬 慧

私は、今年度統計学に関する研究を扱っている廣瀬先生の研究室を選んだ。最初は、先生の学生と一緒に自分の研究について発表をした。他学生の研究内容は自身の元々の分野ではないが、同じような統計学の知識を用いて問題を解決しようとすること自体は変わらないと感心し、勉強になった。その後は、徐々に自分の進捗状況について報告し、数学系の学生からも色々な意見をもらい、共分散構造分析について真面目に学んだ。セミナーのおかげで、自分の研究が順調に進み、データ分析する時にもっと深いところを考えられるようになった。これからの研究生活において、この経験を活用することが今後の目標である。

数理学系　M1
池田 香凜
共創メンター／理学研究院　野下 浩司

アザラシの研究を行いたいと思い、生物系の研究室を選んだ。特に、「かたち」について研究をされている先生であったため先行研究などを踏まえてアザラシの歯のかたちについて研究することにした。この研究では、先行研究で提案されたプログラムtooth makerを活用し様々な種類のアザラシの歯のかたちのシミュレーションを行った。今後は、そのデータを元にpythonを用いて三種類の異なる形態測定を行う。

数理学系　M1
河本 亘平
共創メンター／大学院経済学研究院　大西 俊郎

数学共創モデリングでは、ベイズ統計学の知識を得るために週1回の頻度でセミナーを行った。ベイズ統計学に関するテキストである“Statistical Inference”を使用し、ベイズ統計学の基礎を習得した。今後は、数学共創モデリングで得られたベイズ統計学の知見をサンプルやパラメータの次元が高次元設定の統計的な問題に適用することに興味を持っている。その際、可能であれば自身が研究している高次元の統計学の知識を活かせれば良いと思う。

数理学系　M1
小島 道
共創メンター／情報基盤研究開発センター　櫻井 大督

生理学のイオンチャネルモデルのパラメータを推定するために、トポロジカルデータ解析を用いて、解析している。現在はデータから多様体としての構造を捉え、そのレーブグラフを計算するための準備をしている段階である。そして、レーブグラフを計算することで、そのデータ上をよく説明するパラメータを探索することを目標にしている。

数理学系　M1
辻本 裕紀
共創メンター／大学院システム情報科学研究院　廣川 真男

物理学の場の量子論において、対称性の自発的破れの指標として秩序パラメータの真空期待値を用いる。

ある物理的な設定の下、「場の真空期待値$\langle 0|\phi|0\rangle \neq 0$ ⇒対称性を持つポテンシャルの基底状態が対称性を破る」というものである。

物理的な設定においては成り立つこの命題について、逆にこの命題が成り立つための設定は数学的にどのように記述することができるかを調べている。

数理学系　M1
徳田 智紀

共創メンター／大学院医学研究院　有村 秀孝

医療の現場では病状の診断のために、X線写真やMRI画像などのさまざまな画像が用いられている。現状その多くの画像分析は、医師の目視による分析や、機械学習による画像解析などによって行われる。ここで一つ問題として、画像をもとに病状の悪性度を判断し、治療の効果と患者の予後を把握することを考えるとき、撮影された画像を含め、患者のデータに類似点が多いにも関わらず、それぞれで予後が大きく異なるケースがある。

特にがん治療の現場では、がんの腫瘍の位置や大きさのみならず、そのがんの転移や再発のしやすさやなどによって、大きく予後が異なる場合がある。モデリングでの研究テーマは、肺がん患者の予後を、医療画像からより正確に予測するためにトポロジーの応用を試みるものである。

私が研究に参加した初期、私は現状手元で用いられている画像解析の手法の把握に努めたのち、新たな試みとして、複数種類の医療画像を同時に解析するために、異なる種類の画像の組み合わせの空間（直積空間）に対して、「空間に空いた穴」の情報を反映するベッチ数を計算する理論を提案した。

その後研究は、先行研究に用いられていた、パーシステントホモロジーを用いた手法を改良する方向に移り、現在はその研究へ取り組んでいる。

数理学系　M1
パク ジュワン

共創メンター／大学院芸術工学研究院　伊藤 浩史

本研究はネガティブフィードバックループで起こる現象を力学系的な観点から考えることであり、主に記号力学系を用いたものである。ループで要素の動きが活性された時には「＋」、抑制された時には「－」の記号を用いて、フィードバックループでの各要素間に関係を特定することが出来る。本研究で注目すべきことは、ループで一部のデータが損失された時にも適応できて、一部分のデータから元のループを再現できる結果があり、その結果について力学系な考察を行った。

数理学系　M1
前原 将太

共創メンター／病院　中島 直樹

共創メンターである中島先生のご指導のもと、九州大学准教授の福田治久先生が開発されたデータベースをもとに、福田先生主導のLIFE Studyと呼ばれるプロジェクトを学んでいる。

具体的な内容としては、匿名化された実際の患者のデータを活用し、心不全の治療に有効とされている4種類の薬の処方の組み合わせ・各薬剤の処方する順番と予後との相関関係を探っている。

また今後の進展として、薬だけでなく、心不全患者の過去の病歴や居住地域による差など、他の情報と予後との関係も探っていく。

数理学系　M1
山本 航大

共創メンター／大学院工学研究院　坂東 麻衣

宇宙機の軌道設計に関して研究を行った。私が専門としている力学系でも扱う安定多様体と不安定多様体について、MATLABを用いて数値計算を行い、実際に軌道がどのような振る舞いをしているのかを調べた。特に、特異点を解消した際に現れる衝突多様体の二等辺三体問題を扱った。純粋数学の視点と応用の視点から問題に取り組み、両分野の新たな方向性を見出し、共同研究を行っていくことが今後の目標である。

システム情報科学系 M1
李 澤華
共創メンター／カーボンニュートラル・エネルギー国際研究所 Nguyen Dinh Hoa

光通信における IMDD 方式受信機の二乗検波は信号の位相情報の損失につながるため、現在、位相情報の復元には KK 関係が適用されている。

ただし、KK アルゴリズムは非常に複雑であるため、DSP のコストは依然として高く、エネルギー消費も高くなる。したがって、KK アルゴリズムの複雑さを軽減することが非常に重要である。

以前、簡略化ツールとしてミッチェル近似アルゴリズムを見つけた。ただし、このアルゴリズムは KK アルゴリズムの近似解には適していない。現在、Matlab でシミュレーション実験を行っており、テイラー展開を使用して許容可能な近似解を見つけようとしている。

将来的には、畳み込みニューラル ネットワークを KK 受信機の最適化に適用するかもしれない。

システム情報科学系 M1
LYU YANG
共創メンター／マス・フォア・インダストリ研究所 縫田 光司

今回の数学共創では、「暗号のための代数入門」という教科書を使用し、ホワイトボードを使って解説を行った。この過程で、群、環、体の概念と性質について説明した。群の閉性、結合法則、単位元、逆元などの重要な性質や、環の環元素と環の乗法単位元の特徴について深く探究した。また、体の定義と性質についても学んだ。（ゼロ元素、単位元素、逆元素、および可逆性などが含まれる。）

代数の概念を学んだ後、ユークリッドのアルゴリズムを学んだ。これは最大公約数を計算するためのアルゴリズムである。ユークリッドのアルゴリズムを理解し、適用することで、効率的に2つの数の最大公約数を求めることができる。これは暗号学において重要な応用がある。手順や原理について議論し、実際の例を用いてデモンストレーションや演習を行った。

さらに、素数の関連する性質と重要性についても説明した。素数の定義や、素数と合成数の違いについて探究した。素数は暗号学において重要な役割を果たしており、RSA暗号アルゴリズムなどにおいて素数の選択は暗号の安全性にとって極めて重要である。

今回の数学共創を通じて、代数の基本的な概念と性質を学ぶだけでなく、これらの概念が暗号学でどのように応用されるかについても理解した。

経済学系 M1
平田 伸哉
共創メンター／マス・フォア・インダストリ研究所 白井 朋之

仮想通貨ビットコインのトランザクション（取引）の様子を確率モデルで表現する研究を行っている。「Bitcoin core」というツールのAPIを利用してブロックチェーンのデータを収集した。

トランザクションの様子は有向非巡回グラフで表せる。「chainlet」という、トランザクションのインプットとアウトプットの個数と量を表す構造に着目し、UTXO（Unspent Transaction Output）と呼ばれる未使用なビットコインの量の推移について分析を行うという構想を立てた。

今後は取得したデータから確率分布などの特徴を取り出し、モデルに適応させる予定である。

2. 共創力強化インターンシップ報告

※令和4年度実施予定であった博士後期課程2年生4名のうち2名は、令和5年度に実施することとなった。

野田 航平

Report for International Internship

Kohei Noda*
Mentor: Professor Gernot Akemann †

August 17, 2023

1 International Internship: 01/10/2023–03/16/2023

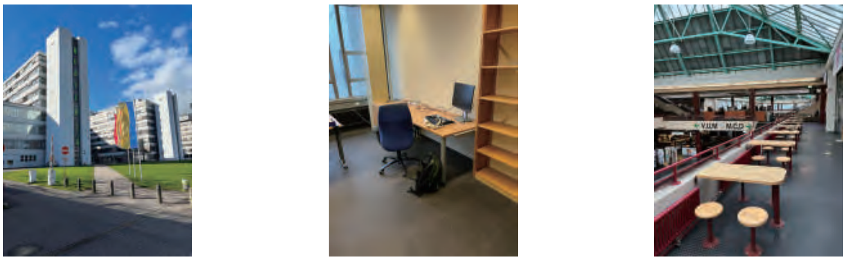
1.1 Universität Bielefeld (Bielefeld University)

I managed on the international Internship under Professor Gernot Akemann in Bielefeld University at Germany. Bielefeld University is a relatively new university established in 1969 in the northwestern part of North Rhine-Westphalia, Germany. One of the unique features of Bielefeld University is its campus structure. Buildings for various faculties are connected around a vertical and prominent street called "Halle" (meaning "great hall" in German). According to Gernot, this campus layout is intentionally designed to facilitate interactions and interdisciplinary collaboration among professors and students from different faculties during lunchtime and breaks. Indeed, Gernot is associated with the Department of Theoretical Physics, and during my stay, his office and my research space was located within the physics department. While our offices were separate from the mathematical sciences buildings, during coffee breaks, Gernot introduced me to mathematics department colleagues. I indeed benefited from this unique campus structure. Due to this layout, restaurants, cafes, and even a supermarket are all situated in Halle, creating a compact and convenient impression. Additionally, apart from the main campus, there is a lecture hall and a large restaurant building called "Building-X", which caters to the needs of undergraduate students. The campus doesn't feel overcrowded, contributing to a comfortable environment. The entrance of the campus has both bus and train stations, ensuring excellent transportation accessibility. Overall, I found that Bielefeld University to be a very positive institution in various aspects.

1.2 My mentor in my internship: Professor Gernot Akemann

Professor Gernot Akemann is the head of the research group in Theoretical Physics and Mathematical Physics within the Department of Physics at Bielefeld University. His primary research interests lie in the field of random matrices and their applications to high-energy physics and statistical mechanics. The reason I wanted to undertake my internship under the guidance of Gernot is that our research interests align closely with his series of works. I am particularly intrigued by the application of random matrix theory to lattice QCD and planar symplectic ensembles [**2**]. Furthermore, his approaches to investigating random matrices involve orthogonal polynomial theory, asymptotic analysis, and potential theory. Thus, I aspired to learn his methodologies for studying random matrices. Despite his busy schedule, Gernot generously engaged in discussions about our project and various aspects of random matrix theory.

*Joint Graduate School of Mathematics for Innovation, Kyushu University
Email: noda.kohei.721@s.kyushu-u.ac.jp
†Faculty of Physics, Bielefeld University, P.O. Box 100131, 33501 Bielefeld, Germany
Email: akemann@physik.uni-bielefeld.de



(a) Campus **(b)** Research room **(c)** Halle

Figure 1: Universität Bielefeld

During my internship, I had the opportunity to study a recent trending topic in random matrix theory: non-normal symplectic ensembles, such as the Ginibre symplectic ensemble. Thanks to his lucid explanations and meticulous guidance, I initiated our project related to the overlap of the Ginibre symplectic ensemble.

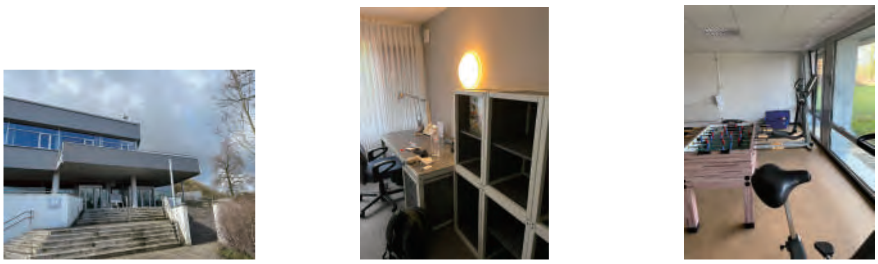
1.3 Zentrum für interdisziplinäre Forschung (ZiF)

During the internship period, I stayed at a facility called Zentrum für interdisziplinäre Forschung, shortly known as ZiF. ZiF was established in 1968, taking inspiration from the advanced research institutes at Princeton University and Stanford University. Similar facilities also exist in South Korea, with KIAS (Korea Institute for Advanced Study). According to ZiF's website, their goals and mission involve supporting research groups engaged in interdisciplinary research projects. Fortunately, this matches well with the intentions of our international internship. Additionally, ZiF aims to facilitate interdisciplinary collaboration and seems to impartially accommodate significant interdisciplinarity, including natural sciences and social sciences/humanities. Such initiatives and philosophies are admirable, and it would be wonderful if Kyushu University also had a facility like ZiF. Furthermore, I felt that the accommodation facilities at ZiF greatly enhanced my research stay in Bielefeld. First, ZiF is located within a 10-minute walk from Bielefeld University, making it extremely convenient as lodging for research stays. Close to ZiF, there are excellent restaurants and a convenient supermarket (Combi) as well. I stayed in a single-person room for about two months, and found that apart from the accommodation, there are also seminar rooms, conference rooms, and recreation areas available, including a pool, sauna, and gym. While I didn't use the pool during this stay since I didn't have swimwear with me (though I could have bought some locally), I'm considering utilizing it during my next visit.

2 Project in my internship: Overlap of the Ginibre symplectic ensemble

2.1 Project on my internship (work in progress)

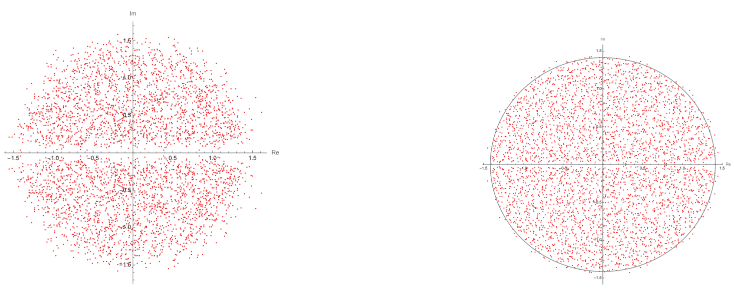
During my internship, I started to work on a project that involves the Pfaffian structure of the overlap defined by the left and right eigenvectors of the Ginibre symplectic ensemble with Gernot. This project draws inspiration from the work presented in [**1**], which demonstrated that the k-th conditional expectation of the overlap in the Ginibre unitary ensemble and exhibits a determinantal structure. The key point of this study lies in the fact that the k-th correlation function of the eigenvalue distribution in the Ginibre unitary ensemble forms a determinantal structure. This structure subsequently gives rise to the



(a) ZiF **(b)** Accomondation **(c)** Recreation areas

Figure 2: Photos of ZiF

determinantal nature of the conditional expectation of overlaps in the Ginibre unitary ensemble. As a consequence of this determinantal structure, they deduced the one or two-point density and the correlation of the off-diagonal overlap. Since the joint eigenvalue distribution in the Ginibre symplectic ensemble adopts the form of a Pfaffian point process, it is reasonable to expect that the k-th conditional expectation of the overlap in the Ginibre symplectic ensemble also possesses a Pfaffian structure. However, the approach used in the proofs outlined in [**1**] mainly depends on the moment method within the realm of planar orthogonal polynomial theory. Consequently, these techniques cannot be directly extended to the Ginibre symplectic ensemble scenario. Our challenge lies in the alternative construction of skew-orthogonal polynomials associated with the overlap. Unfortunately, we lack a method to construct the required family of skew-orthogonal polynomials. This is due to the fact that planar orthogonal polynomials associated with the overlap weight function do not satisfy the classical three-term recurrence: $zp_k(z) = p_{k+1}(z) + b_k p_k(z) + c_k p_{k-1}(z)$ for a family of planar orthogonal polynomials $\{p_k\}_k$. If planar orthogonal polynomials follow such a classical three-term recurrence, a method to construct skew-orthogonal polynomials using the family of planar orthogonal polynomials $\{p_k\}_k$ would be available, as demonstrated in [**2**]. This difficulty stands as a major hurdle within our project.

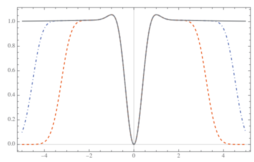


(a) sample: 100, matrix size: 20 **(b)** sample 1, matrix size 1000

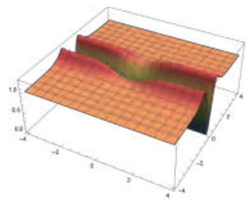
Figure 3: Plots of eigenvalues of Ginibre symplectic ensemble

2.2 Results

We are currently engaged in researching the asymptotic expansion of the pre-kernel and calculating various quantities utilizing its skew-orthogonal polynomials. This is joint work with Gernot, Sung-Soo Byun (Seoul National University). A key point of emphasis is that the outcomes of this project hold intrinsic interest and are poised to play a significant role in the broader exploration of the overlap within the context of the Ginibre symplectic ensemble, as well as its connections to other ensembles.



(a) The dot graphs are numerical plots for finite N. The gray graph is analytic plot.



(b) 3-dimensional plot

Figure 4: One-point density of the Pfaffian structure of the pre-overlap

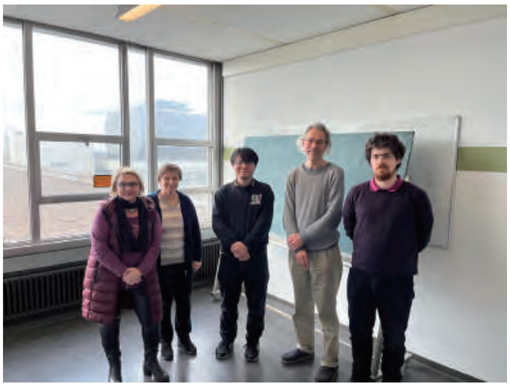
3 Arts, music, and beautiful city in Bielefeld

Bielefeld is a city with an incredibly warm atmosphere, and I grew very fond of its beautiful landscapes and kind-hearted locals. Gathering information about various cities through the internet is easy, but one cannot truly grasp the real ambiance of a city or the demeanor of its inhabitants without actually visiting. I would like to give a brief introduction to the city of Bielefeld here. The old market square in the heart of Bielefeld is bustling with people during weekends. You can purchase cheese, flowers, sweets from stalls, and there are trendy cafes, wonderful restaurants, and bakeries around. Some places in Bielefeld that I'd recommend are Kunsthalle, Kunstforum, Rudolf Oetker Hall, and Theater Bielefeld. I watched "Aida" at Theater Bielefeld and enjoyed art exhibitions at Kunsthalle and Kunstforum. During my stay, I was able to appreciate an individual exhibition by Alexander Camaro and artworks themed around darkness. My favorite spot in Bielefeld is Sparrenburg. From Sparrenburg, you can savor the city's landscape and relish lunch or dinner at the charming old castle's excellent restaurant. Every weekend, I visited Sparrenburg and gained much inspiration, which helped advance my research.

4 Acknowledgments

I am deeply grateful to Professor Gernot Akemann for generously accepting me as my international intern despite his busy schedule. From Gernot, I learned not only various techniques involving random matrix theory and its applications in physics through collaborative research but also important insights into the attitude, work ethics, and the balance between work and personal life as a researcher. I believe this experience will be surely a cornerstone for my future academic endeavors. I also want to express my sincere appreciation to Noah Aygün and Mariya Shcherbina. Noah, a fellow student of Gernot around my age, enriched my stay in Bielefeld through discussions and conversations. I am deeply thankful to Nicole Buth and Irene Kehler from the administration at Bielefeld University for their extensive support both before and during the internship period. Your assistance was invaluable. I am deeply grateful to Katharina Peters and Marina Hoffmann from ZiF for providing significant support during my stay, enabling me to have a comfortable experience at ZiF. Finally, in the process of carrying out this international internship,

(a) Sparrenburg



(b) From left, Nicole, Mariya, me, Gernot, and Noah

Figure 5: Memorial photos

I would like to express my deep appreciation to my supervisor Professor Shirai, a program coordinator, Professor Saeki, Ms. Takenaga and Ms. Ito from Joint Graduate School of Mathematics for Innovation Office at Kyushu University, Professors Nuida and Tagami, and everyone involved in Graduate Program of Mathematics for Innovation (GPMI) for their guidance and assistance with the internship procedures. This internship was supported by Kyushu University's WISE Program (MEXT).

References

[1] G. Akemann, R. Tribe, A. Tsareas, and O. Zaboronski, On the determinantal structure of conditional overlaps for the complex Ginibre ensemble, Random Matrices: Theory and Applications 9 (2020), no. 04, 2050015. MR4133071

[2] G. Akemann, M. Ebke, and I. Parra, Skew-orthogonal polynomials in the complex plane and their Bergman-like kernels. Comm. Math. Phys., 389(1):621–659, 2022

[3] G. Akemann, Y. Förster and M. Kieburg, Universal eigenvector correlations in quaternionic Ginibre ensembles, J. Phys. A., 53, (2020), 145201.

陳 林

生体・行動データを用いた業務上の危険リスク予測技術の開発

マス・フォア・イノベーション連係学府
システム情報科学系
博士後期課程3年
陳　林

九州大学 KYUSHU UNIVERSITY

インターンシップ先

九州大学 KYUSHU UNIVERSITY

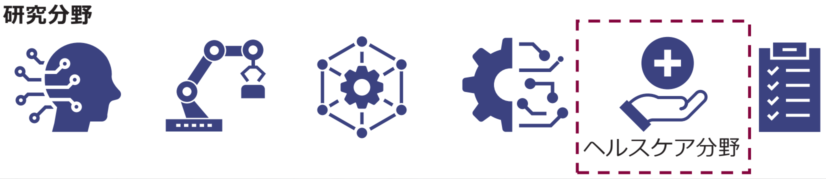
日立製作所中央研究所


空から見た中央研究所


協創棟


オフィス

研究分野



3

研究背景・目的

九州大学 KYUSHU UNIVERSITY

研究目的
生体データを解析すると、疲労ストレスを予測する

➢ **生体データと行動データ**の統合分析技術基盤を用い、作業者の心身の状態と、その時の作業内容の計測データ**からヒューマンエラーが発生するリスクを予測**し、必要に応じその危険性を通知する**安心・安全ソリューションの実現**をめざし、研究開発を取り込んでいる。

https://www.hitachi.co.jp/rd/news/topics/2022/2203_rp.html

4

実験設計

九州大学 KYUSHU UNIVERSITY

- 被験者にタスクをやらせてストレスをかかり、疲労状態になった被験者の生体データを採集し、予測モデルを構築する。

異なるタスクを完成 → **生体データを測定** → **予測モデルを開発**

異なるタスクを完成
- タスクの選択
- Pythonを使ってタスクを設計する
- タスクを完成する過程を記録する

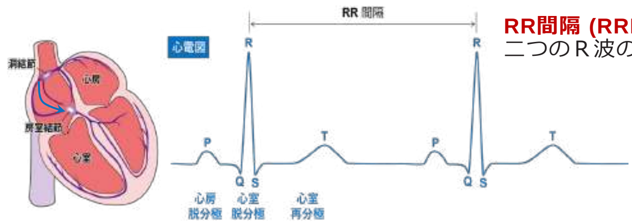
生体データを測定
- タスクをやる過程中、生体データを測定し、保存する
- 実験を終わった後、データを回収し、前処理を行う

予測モデルを開発
- まとめた生体データの統計分析をして、データの特性を把握する
- データの特徴に応じて解析モデルを選ぶ
- モデルを構築し、改善する

5

心拍データ

九州大学 KYUSHU UNIVERSITY



RR間隔 (RRI):
二つのＲ波の間隔

- 洞結節にスイッチが入る→P波
- 電流が心房から房室結節に流れる→P波の始まりからQ波の始まりまで (PQ時間)
- 心室に電流が流れて心臓が収縮する→QRS波
- 心臓が弛緩する→T波

RR間隔変動は心臓自律神経の**緊張状態**を反映している。

https://chaos-kiyono.hatenablog.com/entry/2022/07/01/142934

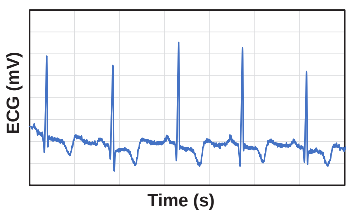
6

自律神経機能活性度

九州大学 KYUSHU UNIVERSITY

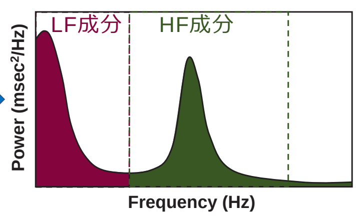
- 心拍データの特定の自律神経機能特徴量を計算

RRIデータ



周波数解析 →

パワースペクトル密度



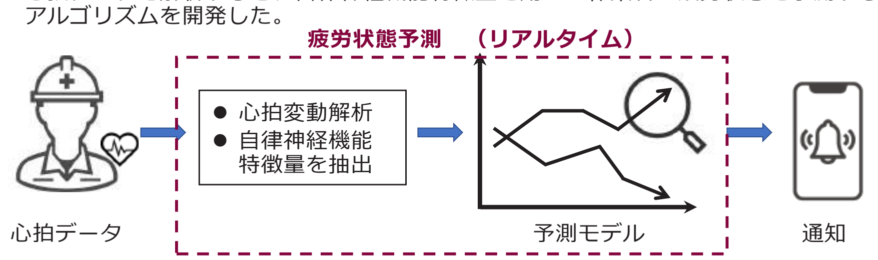
- ☐ LF成分 (Low Frequency): 交感神経または副交感神経が活性化しているときに増加
- ☐ HF成分 (High Frequency): 副交感神経が活性化している場合のみ増加
- ☐ LF/HF指標: 数値が高いときはストレスがあり、低いときはリラックスしている。

7

予測アルゴリズム

九州大学 KYUSHU UNIVERSITY

➢ 心拍データを解析すると、自律神経機能特徴量を用いた作業者の疲労状態を予測するアルゴリズムを開発した。



● 自律神経機能特徴量を抽出
（1）フーリエ変換
（2）日立開発した安全運行管理ソリューションシステム（SSCV）

● 予測モデル
（1）数学・統計結果から、しきい値を使って判別
（2）教師ありの機械学習を活用して識別

8

研究結果

九州大学 KYUSHU UNIVERSITY

➢ 採集した心拍データ
① 生心拍データ中のノイズを除去した。
② 異なる被験者の心拍基礎が違うことを確認した。
③ タスクを完成する過程、心拍の変化があった。

➢ 解析モデル
① フーリエ変換をする際に、パラメータの最適化。
② SSCVを利用して、心拍データの神経機能特徴量を抽出できた。
③ フーリエ変換の結果とSSCVから取得した結果を比較した。

➢ 神経機能特徴量と疲労状態の関係
① ストレスとリラックスの状態で、神経機能特徴量の差異があった。
② 被験者の年齢、実験前の生理状態や性格などの影響があるので、神経機能特徴量の変化は違う。
③ 提案した解析モデルを使って、作業者の疲労状態を予測する可能性がある。

9

予測モデルの改善と応用

九州大学 KYUSHU UNIVERSITY

□ モデルの改善
① 被験者の人数を増やし、より多い統計的結果が必要。
② タスクを変えて、被験者がより早く疲労状態になる。
③ 被験者により、モデルのパラメータを自動的に調整して神経機能特徴量を抽出する。
④ しきい値だけじゃなくて、時系列の神経機能特徴量を機械学習で解析方法を創り出す。

□ モデルの応用
✓ 運送・メンテナンス分野の作業者の生体データを測定することにより、予測モデルでリアルタイム疲労状態を監視して、危険があった場合に作業者を通知する。
✓ 作業者のデータを長期間データベースに保存して、疲労状態の予測精度を高める。

10

インターンシップのスケジュール

九州大学 KYUSHU UNIVERSITY

- 日程：2022年12月14日～2023年3月9日
- 勤務日：週3日勤務
- 勤務方式：リモートワークと出社
- 勤務地：中央研究所 (東京都国分寺市)
- 配属部署：ヘルスケアイノベーションセンタ　ヘルスケアIT研究部

序盤
2022/12/14～2022/12/29
- 入社の手続き
- 研究テーマの選択
- 実験システムの構築

中盤
2023/01/04～2023/02/09
- 実験システムの改善
- 生体データの解析方法を勉強
- 実験データを採集
- 予測モデルの試行

終盤
2023/02/15～2023/03/09
- 実験データを増やす
- 予測モデルの改善
- 社内に研究内容を発表

11

会社環境

九州大学 KYUSHU UNIVERSITY

➢ 自然環境


庭


噴泉


春


秋

➢ 研究環境


執務空間


くつろぎスペース


カフェライブラリー


会議室

12

まとめ

九州大学 KYUSHU UNIVERSITY

➢ 研究内容

① 生体データを採集する実験システムを構築した。
② 数学方法と日立が開発したアルゴリズムを利用して、生体データから神経機能特徴量を抽出できた。
③ 計算した神経機能の特徴量を利用して、疲労状態を予測するモデルを提案した。

➢ インターンシップへの感想

① インターンシップが終了後、プログラミング能力を向上させた。
② プロジェクトを完成するために、他の研究者との協力が重要である。
③ 企業の研究所の研究者として、新しい技術を学び続け、より良いサービスを提供していく。

13

3. 研究活動成果

受賞記録

システム情報科学系　D1　成重 椋太

Best Poster Award, The MRS Spring Meeting & Exhibit, 2022.05

数理学系　D1　江頭 貴成

ベストポスター賞, 数学・数理科学専攻若手研究者のための異分野・異業種研究交流会2022, 2022.10

数理学系　D1　楊 曼

Excellent Poster Award, Forum "Math-for-Industry" 2022 -Mathematics of Public Health and Sustainability-, 2022.11

数理学系　M2　田島 凌太

九州若手数学者発表賞, 九州若手数学賞賛同者の会, 2023.02

論文発表

数理学系　D2　野田 航平

Kohei Noda, Tomoyuki Shirai, Expected number of zeros of random power series with finitely dependent Gaussian coefficients, J. Theor. Probab., Volume 36, Issue 3 (2022), 1534–1554, https://doi.org/10.1007/s10959-022-01203-y, 国際ジャーナル(国際論文誌)

システム情報科学系　D1　成重 諒太

Ryota Narishige, Naoto Yamashita, Kunihiro Kamataki, Takamasa Okumura, Masaharu Shiratani, Yabuta Hisato, Naho Itagaki, Effects of substrate surface polarity on heteroepitaxial growth of pseudobinary ZnO–InN alloy films on ZnO substrates, Jounal of Material Research, Volume 38 (2022), 1803–1812, 国際ジャーナル(国際論文誌)

数理学系　D1　隈部 哲

Ryojun Ito, Satoshi Kumabe, Akio Nakagawa, Yusuke Nemoto, Kampé de Fériet hypergeometric functions over finite fields, arXiv:2212.14321, プレプリント(査読前論文)

数理学系　D1　吉田 航

Wataru Yoshida, Kei Hirose, Fast same-step forecast in SUTSE model and its theoretical properties, arXiv:2210.09578, プレプリント(査読前論文)

数理学系　M2　田爪 竜二

Raiji Mukae, Kenta Ozeki, Terukazu Sano, Ryuji Tazume, Covering projective planar graphs with three forests, Discrete Mathematics, Volume 345, Issue 4 (2022), 112748, 国際ジャーナル(国際論文誌)

数理学系 M1 池田 香凛

Karin Ikeda, Mika Sakata, Multiple zeta values and Euler's reflection formula for the gamma function, 5 pages, プレプリント(査読前論文)

学会発表

数理学系 D2 野田 航平

- ランダム行列と2次元クーロンガス, 九州確率論セミナー, 口頭, 2022.05
- Expected number of zeros for Gaussian analytic function with finitely dependent Gaussian coefficients, Mathematics of Public Health and Sustainability, Forum “Math-for-Industry” 2022, ポスター, 2022.11
- Zeros of random power series with dependent Gaussian coefficients, KIAS Analysis, PDE & Probability seminar, 口頭, 2022.12

数理学系 D2 程 宇中

Weather forecast using deep learning: case study in Itoshima, 東北大学AIE国際シンポジウム, 口頭, 2023.02

システム情報科学学系 D2 陳 林

Visualization of odor source localization realized by SERS gas sensor, Advances in Functional Materials 2023, 口頭, 2023.01

数理学系 D1 隈部 哲

- Appell の超幾何関数の Supercongruence, 日本数学会2022年度秋季総合分科会, 口頭, 2022.09
- 有限体上のDwork超曲面とGreeneの超幾何関数, 仙台超幾何小集会, 口頭, 2023.01
- Hypergeometric functions over finite fields, Numbers and Theorems, 口頭, 2023.02

数理学系 D1 楊 曼

Stochastic homogenization of parabolic equations with lower order terms, Numbers and Theorems, 口頭, 2023.02

システム情報科学学系 D1 成重 諒太

Fabrication of ZnO/(ZnO)x(InN)1-x hetero-interface and investigation for application to exciton transistor, Numbers and Theorems, 口頭, 2023.02

数理学系 M2 足立 大雅

The 2-adic valuations of the central L-values for quadratic twists of elliptic curves, Numbers and Theorems, 口頭, 2023.02

数理学系　M2　太田 亮輔

- 向きづけ可能閉曲面上のモース関数のコンコーダンス，位相幾何・微分幾何及びその周辺分野への特異点論の応用，口頭，2022.06
- 折り目写像のコンコーダンス，大学院マス・フォア・イノベーション連係学府　設置記念式典・シンポジウム，口頭，2022.06
- 折り目写像と多様体のトポロジー，第58回トポロジー新人セミナー，口頭，2022.08
- Morse関数のconcordanceについて，九州大学トポロジー金曜セミナー，口頭，2023.01
- Concordance of Morse functions on manifolds，第148回 日本数学会九州支部例会，口頭，2023.02
- Concordance of Morse functions on manifolds，Numbers and Theorems，口頭，2023.02

数理学系　M2　河面 瑛太朗

- 無限分散回帰モデルの最適推定について，2022年度統計関連学会連合大会，口頭，2022.09
- 無限分散線形回帰モデルの最適推定について，第27回 情報・統計科学シンポジウム，口頭，2022.12

数理学系　M2　田島 湊太

- A p-adic property of mock modular forms whose shadows have complex multiplication，第21回仙台広島整数論集会，口頭，2022.07
- Shadow が虚数乗法を持つモックモジュラー形式の p 進的な性質について，日本数学会2022年度秋季総合分科会，口頭，2022.09
- A p-adic property of mock modular forms whose shadows have complex multiplication，Numbers and Theorems，口頭，2023.02

数理学系　M2　田中 友理

My prospect of analysis of Black-Scholes model with jumps，2022年度確率論ヤングセミナー，口頭，2022.09

数理学系　M2　弘中 祐希

- Symbolic dynamics for Hénon maps near the boundary of the horseshoe locus，RIMS共同研究 複素力学系と関連分野，口頭，2022.12
- Symboloc dynamics for Hénon maps near the boundary of the horseshoe locus，日仏力学系研究集会，口頭，2023.03

数理学系　M2　吉住 崚

- Computationally efficient forecasting algorithm in the SUTSE model and its properties，5th International Conference on Econometrics and Statistics (EcoSta 2022)，口頭，2022.06
- Attack on SIDH in polynomial time，東北大学AIE国際シンポジウム，口頭，2023.02

システム情報科学学系　M2　成 卓宇

- 線形近似可能関数のブラックボックス最適化問題，大学院マス・フォア・イノベーション連係学府　設置記念式典・シンポジウム，口頭，2022.06
- 線形近似可能関数のブラックボックス最適化問題，STRセミナー2022，口頭，2022.09

数理学系　M1　池田 香凜

- ガンマ関数と多重ゼータ値2, 第15回　数論女性の集まり, 口頭, 2022.06
- ガンマ関数と多重ゼータ値, 大学院マス・フォア・イノベーション連係学府　設置記念式典・シンポジウム, 口頭, 2022.06
- Hurwitzゼータ関数の実零点, 近大ミニワークショップ, 口頭, 2022.09
- 1分間スピーチ, Women in Mathematics, 口頭, 2022.09
- Multiple zeta values and Euler's reflection formula for the gamma function, 神楽坂代数セミナー, 口頭, 2022.11
- Multiple zeta value's and Euler's reflection formula for the gamma function, Forum "Math-for-Industry" 2022, ポスター, 2022.11
- エネルギー危機・気候変動の時代における持続可能な社会に向けた新たな創エネ・省エネ技術, 大学院教育改革フォーラム2022, 口頭, 2022.12
- Hurwitzゼータ関数の実零点について, 第148回日本数学会九州支部例会, 口頭, 2023.02
- Multiple zeta values and Euler's reflection formula for the gamma function, 第17回多重ゼータ研究集会＆第61回関西多重ゼータ研究会, 口頭, 2023.02

数理学系　M1　山本 航大

Lyapunov regularity for planar piecewise expanding maps, Forum "Math-for-Industry" 2022, ポスター, 2022.11

システム情報科学系　M1　LYU YANG

- A survey on feature selection techniques based on filtering methods for network anomaly detection, 東北大学AIE国際シンポジウム, 口頭, 2023.02
- フィルタリング法に基づいたネットワーク異常検知のための特徴選択手法に関する調査, 火の国情報シンポジウム2023, 口頭, 2023.03

4. Prelims Abstracts

※令和4年度対象者は計12名であったが、Abstract記載の研究内容や研究計画がジャーナル掲載前の情報のため、1名分については掲載無しとする。

太田 亮輔

Prelims 予稿

太田 亮輔
2MI21002P

2023 年 7 月 28 日

1 修士論文の概要

本修士論文では Morse 関数に concordance という同値関係を導入し, それによる Morse 関数の分類について調べた.

滑らかな多様体上の Morse 関数とは, 特別なタイプの特異点のみを持つような滑らかな関数のことである. 多様体の性質をその上で定義される写像を用いて調べるという視点において, Morse 関数は基本的かつ重要な対象である. Morse 関数の各特異点には index と呼ばれる整数が対応し, 例えば index ごとの特異点の個数といった情報は定義域多様体のトポロジーに影響する.

多様体には cobordism という同値関係があり, cobordism による多様体の分類は重要で多くの研究がなされている. この多様体の cobordism と Morse 関数の一般化である fold map の概念を用いて, Ikegami–Saeki [3] によって Morse 関数にも cobordism という同値関係が導入され, 向き付け可能閉曲面上の Morse 関数について調べられた. さらに Kalmár [4] で向き付け不可能閉曲面の場合に, Ikegami [2] で一般次元の場合についての結果が得られている. 本論文では Morse 関数の concordance という, Morse 関数の cobordism よりも強い同値関係を導入する. そして 2 つの Morse 関数が concordant になるための必要十分条件を与え, cobordism に対する結果との比較を行う.

Concordance という用語は元々結び目理論で使われているものである. 3 次元空間 $\mathbb{R}^3$ の中の結び目 $S^1 \hookrightarrow \mathbb{R}^3$ の concordance とは, 単位閉区間との直積の埋め込み $S^1 \times [0,1] \hookrightarrow \mathbb{R}^3 \times [0,1]$ を用いて定義される結び目の同値関係である. この結び目の concorndance は Fox–Milnor [1] によって導入され, 現在まで活発に研究がなされている. 多様体間の写像に対して, 値域多様体の次元と定義域多様体の次元の差をその写像の余次元と呼び, また単位閉区間との直積の間のある種の写像を用いて定義される同値関係を一般に “concordance” とここでは呼ぶことにすると, 結び目の concordance は余次元が正の写像の “concordance” である. それとは対照的に, 本論文で扱う多様体 M 上の Morse 関数 $M \to \mathbb{R}$ の concordance は余次元が負 (もしくは非正) の写像の “concordance” であるといえる.

このように, Morse 関数の concordance を調べることは cobordism よりも強い同値関係による Morse 関数の分類を考えることであり, さらに余次元が負 (もしくは非正) の写像の “concordance” を調べる最初の例である.

では Morse 関数の concordance の定義から始める. n 次元閉多様体 M を 1 つ固定する. M 上

1

の 2 つの Morse 関数 f_0 と f_1 が concordant であるとは, $F|_{M\times\{i\}} = f_i : M\times\{i\} \to \mathbb{R}\times\{i\}$ $(i = 0,1)$ を満たす fold map $F : M\times[0,1] \to \mathbb{R}\times[0,1]$ が存在するときをいう．ここで, fold map とは特異点として fold 型特異点と呼ばれるタイプのものしか持たない写像のことである．Concordance は M 上の Morse 関数全体がなす集合上の同値関係となる．これによる商集合を $\mathscr{C}(M)$ と表す．M 上の Morse 関数 f の index λ の特異点の個数を $C_\lambda(f)$ で表す．このとき $\Phi : \mathscr{C}(M) \to \mathbb{Z}^{\lfloor n/2\rfloor}$ と, n が奇数のときには $\bar{\sigma} : \mathscr{C}(M) \to \mathbb{Z}_2$ を次で定める．ここで, $[f]$ は Morse 関数 f の concordance 類を表す．

$$\Phi([f]) = \big(C_\lambda(f) - C_{n-\lambda}(f)\big)_{\lfloor (n+3)/2\rfloor \le \lambda \le n},$$
$$\bar{\sigma}([f]) = \sum_{\lambda=0}^{\lfloor n/2\rfloor} C_\lambda(f) \pmod 2.$$

このとき concordance による Morse 関数の分類は次の主定理の形で述べることができる．さらに cobordism による分類の結果 [2] と合わせると, 系として cobordism と concordance という 2 つの同値関係の強さの比較を得る．なお, 正確には cobordism には un-oriented/oriented cobordism という 2 つの種類がある．

主定理. M を n 次元連結閉多様体とする．このとき次が成り立つ．

1. n が偶数のとき, $\Phi : \mathscr{C}(M) \to \mathbb{Z}^{\lfloor n/2\rfloor}$ は全単射である．
2. n が奇数のとき, $\Phi \oplus \bar{\sigma} : \mathscr{C}(M) \to \mathbb{Z}^{\lfloor n/2\rfloor} \oplus \mathbb{Z}_2$ は全単射である．

系. M を n 次元連結閉多様体とする．このとき次が成り立つ．

1. (a) n が偶数のとき．M 上の 任意の un-oriented cobordant な Morse 関数 f_0, f_1 は concordant である．
   (b) n が奇数のとき．M 上の un-oriented cobordant な Morse 関数 f_0, f_1 であって concordant ではないものが存在する．
2. M が向き付けられているとする．
   (a) $n \not\equiv 3 \pmod 4$ のとき．M 上の任意の oriented cobordant な Morse 関数 f_0, f_1 は concordant である．
   (b) $n \equiv 3 \pmod 4$ のとき．M 上の oriented cobordant な Morse 関数 f_0, f_1 であって concordant ではないものが存在する．

主定理は, まず $n = 1$ の場合には直接的に証明できる．$n = 2$ (かつ M が向き付け可能) の場合には Reeb graph を用いて Morse 関数をグラフ上の関数に対応させて証明できる．n が 2 以上の一般の場合には, まず n が奇数のときに $\bar{\sigma} : \mathscr{C}(M) \to \mathbb{Z}_2$ が well-defined であることを示す．これは cobordism の範囲では well-defined とは限らないことに注意する．そして定理の主張は Ikegami [2] と類似した方法で証明する．その際, 単射性の証明には Levine [7] による cusp の消去が用いられる．より詳細に説明すると, まず与えられた M 上の 2 つの Morse 関

数 f_0, f_1 に対して $F|_{M\times\{i\}} = f_i : M \times \{i\} \to \mathbb{R} \times \{i\}$ $(i = 0, 1)$ を満たす "generic" な写像 $F : M \times [0, 1] \to \mathbb{R} \times [0, 1]$ を取る．すると F は fold 型特異点以外に cusp 型特異点も持ちうる．このとき仮定 $\Phi([f_0]) = \Phi([f_1])$ (と $\bar{\sigma}([f_0]) = \bar{\sigma}([f_1])$) の元で Levine [7] の手法を用いることで，全ての cusp を消去して F を fold map にすることができる．

2 本プログラムにおける今後 3 年間の活動の方向と到達目標

今後の研究活動として次のことを考えている．

(1) Morse 関数を (quasi-)isotopy によって分類する．
(2) Circle valued Morse function を cobordism や concordance によって分類する．
(3) Fold map を concordance によって分類する．

まず (1) について述べる．Isotopy とは Morse 関数に対して定義されるもう 1 つの同値関係であり，concordance よりも強いものである．定義域多様体が曲面の場合には Maksymenko [8] によって分類がなされているが，3 次元以上の場合には明確な結果は得られていない．向き付け可能 3 次元連結閉多様体 M に対しては，M 上の Morse 関数の isotopy 類と M の Heegaard 分解の isotopy 類が一対一に対応すると私は予想している．

次に (2) について述べる．各余次元について，Morse 関数の cobordism 類はある 1 つの空間の 0 次の homotopy 類 (つまり連結成分) に対応することが Rimányi–Szűcs [9] によって示されている．Circle valued Morse function とは，Morse 関数の，値域が実数 $\mathbb{R}$ ではなく円周 S^1 である場合に対応するものである．同じく Rimányi–Szűcs [9] によると，circle valued Morse function の cobordism 類には先ほどの空間の 1 次の homotopy 類が対応することになる．このことから，2 つの circle valued Morse function が concordant となるためには index ごとの特異点の個数だけではない新たな条件が付け加わることが期待される．

次に (3) について述べる．1 節の系によると，Morse 関数の cobordism と concordance は定義域多様体の次元によっては異なる同値関係となる．一般に fold map の cobordism と concordance を考えることができ，Kalmár [5, 6] などで調べられている．これをもとに，値域が 1 次元である Morse 関数の場合には存在する cobordism と concordance の間の隔たりが，値域の次元が 2 以上の場合にも生じるのかを調べたい．

最後に「数学創発モデリング」での活動の方向について述べる．私は現在，数学共創モデリングにおいて多目的最適化のベンチマーク問題の作成に取り組んでいる．そこでは多峰性と呼ばれる最適化問題の性質に重点を置いている．実際に最適化問題を解くアルゴリズムを走らせたときに多峰性が現れているかどうかは，データの可視化を用いて測る．数学創発モデリングにおいてはベンチマーク問題の作成に引き続き取り組みたい．さらに多目的最適化問題に対して多峰性という性質を，現実に現れる問題に適合しておりかつ数学的に厳密に定義することにも取り組みたいと考えている．

参考文献

[1] R. Fox and J. Milnor, Singularities of 2-spheres in 4-spaces and cobordism of knots, Osaka J. Math. 3 (1966), 257–267.

[2] K. Ikegami, Cobordism group of Morse functions on manifolds, Hiroshima Math. J. 34 (2004), 211–230.

[3] K. Ikegami and O. Saeki, Cobordism group of Morse functions on surfaces, J. Math. Soc. Japan 55 (2003), 1081–1094.

[4] B. Kalmár, Cobordism group of Morse functions on unoriented surfaces, Kyushu Journal of Mathematics 59 (2005), 351–363.

[5] B. Kalmár, Cobordism group of fold maps of oriented 3-manifolds, Acta Mathematica Hungarica 117 (2007), 1–25.

[6] B. Kalmár, Cobordisms of fold maps of 4-manifolds into the space, arXiv:0802.0332.

[7] H. I. Levine, Elimination of cusps, Topology 3 (1965), 263–296.

[8] S. Maksymenko, Path-components of Morse mappings spaces of surfaces, Commentarii Mathematici Helvetici 80 (2005), 655-690.

[9] R. Rimányi and A. Szűcs, Pontrjagin–Thom-type construction for maps with singularities, Topology 37 (1998), 1177–1191.

河面 瑛太朗

Prelims 発表予稿

河面 瑛太朗 (九州大学 マス・フォア・イノベーション連係学府 2 年)

目次

1 修士論文の概要

1.1 はじめに

正規分布を使ったモデルは広く研究されてきている．しかし，現実には正規分布でモデル化できない裾の重い現象が存在する．そのような現象をモデル化するために安定分布を使うことが考えられる．安定分布を含むモデルは経済，保険などの分野で応用されている．この論文では，線形回帰モデルのノイズ項に非ガウスの安定分布を仮定したときの，パラメータ推定方法と求めた推定量の性質について考察した．回帰係数については最小絶対偏差法と擬似コーシー最尤推定を考察し，安定分布パラメータは回帰係数の推定量を用いたモーメント法を考察するという段階的推定を行った．さらに，このようにして求めた推定量を改善したワンステップ推定量という推定量が漸近有効性を持つことを示した．今回この推定方法を考えた目的として，最尤法を用いた推定方法では計算負荷が重いという問題がある．最尤法を用いた場合，計算機で実装したとき初期値依存性が高く，頻繁にエラーが出て計算できない問題がある．今回提案した方法では初期値を設定する必要がないため，計算機で計算可能である．論文の後半ではモーメント法を用いた段階的推定，ワンステップ推定，最尤推定それぞれで求めた推定量について数値実験を行った．安定分布は $S_\alpha^0(\beta,\sigma,\mu)$ という記号で表され，以下のような特性関数を持つ．

$$\varphi(u;\theta) := \exp\left\{i\mu u - (\sigma|u|)^\alpha \left(1 + i\beta \mathrm{sgn}(u)\tan\frac{\alpha\pi}{2}\left(|\sigma u|^{1-\alpha} - 1\right)\right)\right\}, \tag{1.1}$$

ここで，$\theta := (\alpha,\beta,\sigma,\mu) \in (0,2] \times [-1,1] \times (0,\infty) \times \mathbb{R}$．これは 0-パラメトリゼーション [1] と呼ばれる表し方で，全てのパラメータについて特性関数が連続になっている．今回考えたモデルは，

$$Y_j = X_j \cdot \mu + \epsilon_j, \tag{1.2}$$

ここで $X_j \in \mathbb{R}^q$ は説明変数，ϵ_j は $S_\alpha^0(\beta,\sigma,0)$ に従う独立同分布の確率変数列．

1.2 初期推定量

初期推定量は回帰係数 μ の推定量を擬似コーシー型最尤推定でもとめ，(α,β,σ) をモーメント法で求めるという段階的推定を行った．以下では $\zeta = X, Y, \epsilon$ に対して，$\Delta_j\zeta = \zeta_j - \zeta_{j-1}$ という記号を用いる．このとき μ の推定量は以下のように求められる．

$$\hat{\mu}_n \in \underset{\mu\in\Theta_\mu}{\operatorname{argmin}} \sum_{j=2}^{n} \log(1 + |\Delta_j Y - \Delta_j X \cdot \mu|^2), \tag{1.3}$$

1

この論文ではある条件下で $\hat{\mu}_n$ が漸近正規性を持つことと, 裾確率を上から抑えられることを示した. この推定方法を選んだ理由として, $\Delta_j\epsilon := \Delta_j Y - \Delta_j X \cdot \mu_0$ が $S_\alpha^0(0, 2^{\frac{1}{\alpha}}, 0)$ に従っていて対称となっており, このことが $\hat{\mu}_n$ の漸近正規性の証明に必要な性質であるからである. 推定量の裾確率について $\hat{u}_{\mu,n} := \sqrt{n}(\hat{\mu}_n - \mu_0)$ とした時, 以下のような不等式が成り立つ. 任意の $L > 0$ について,

$$\sup_{r>0}\sup_{n} P_{\theta_0}(|\hat{u}_{\mu,n}| > r) \cdot r^L < \infty. \tag{1.4}$$

上のようにして求めた $\hat{\mu}_n$ を用いて, (α, β, σ) の推定を行っていく. 初めに α の推定から行う. $\hat{\epsilon}_j := Y_j - X_j \cdot \hat{\mu}_n$, $\hat{\epsilon}_{S,j} := \hat{\epsilon}_j - \hat{\epsilon}_{j-1}$ の時以下の確率収束が成り立つことが知られている.

$$\frac{1}{n-1}\sum_{j=2}^{n} |\hat{\epsilon}_{S,j}|^r \xrightarrow{p} E_\theta(|\epsilon_2 - \epsilon_1|^r) = \frac{\Gamma(1-\frac{r}{\alpha})}{\Gamma(1-q)} \cdot \frac{2^{\frac{r}{\alpha}}\sigma^r}{\cos\frac{r\pi}{2}}.$$

この両辺を二乗したものと r の部分を $2r$ としたものの比を取ると右辺が α だけの式になる. この等式を α についてとくことで α の推定量 $\hat{\alpha}_n$ が得られる. この推定量を上の式に代入して σ についてとくと, σ の推定量

$$\hat{\sigma}_n = \left\{ \left(\frac{1}{n-1}\sum_{j=2}^{n} |\hat{\epsilon}_{S,j}|^r \right) \frac{\Gamma(1-r)\cos\frac{r\pi}{2}}{\Gamma(1-\frac{r}{\hat{\alpha}_n})} \right\}^{\frac{1}{r}} 2^{-\frac{1}{\hat{\alpha}_n}}.$$

も得られる. β の推定についても以下の確率収束が成り立つ.

$$\frac{1}{n-2}\sum_{j=3}^{n} |\hat{\epsilon}_{C,j}|^r \xrightarrow{p} E_\theta[|\epsilon_3 + \epsilon_1 - 2\epsilon_2|^r] = \frac{\Gamma(1-\frac{r}{\alpha})}{\Gamma(1-r)} \left| \frac{(2+2^\alpha)\sigma^\alpha}{\cos(\eta)} \right|^{\frac{r}{\alpha}} \frac{\cos\frac{r\eta}{\alpha}}{\cos\frac{r\pi}{2}},$$

$$\frac{1}{n-2}\sum_{j=3}^{n} |\hat{\epsilon}_{C,j}|^{\langle r\rangle} \xrightarrow{p} E_\theta[|\epsilon_3 + \epsilon_1 - 2\epsilon_2|^{\langle r\rangle}] = \frac{\Gamma(1-\frac{r}{\alpha})}{\Gamma(1-r)} \left| \frac{(2+2^\alpha)\sigma^\alpha}{\cos(\eta)} \right|^{\frac{r}{\alpha}} \frac{\sin\frac{r\eta}{\alpha}}{\sin\frac{r\pi}{2}}.$$

ただし $\eta := \arctan(\beta\tan\frac{\alpha\pi}{2}) \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$, $\quad |x|^{\langle r\rangle} := \mathrm{sgn}(x)|x|^r$. これらの比を取ると右辺が α, η に関する方程式となる. η について解くと $\hat{\eta}_n$ が求まる. η の定義から,

$$\hat{\beta}_n = \left(\frac{2+2^{\hat{\alpha}_n}}{2-2^{\hat{\alpha}_n}} \right) \frac{\tan\hat{\eta}_n}{\tan\frac{\hat{\alpha}_n\pi}{2}}.$$

本論文の主結果の一つ目として, $\hat{\mu}_n$ が漸近正規性もち, 上のような裾確率の評価ができる時, 初期推定量 $(\hat{\alpha}_n, \hat{\beta}_n, \hat{\sigma}_n, \hat{\mu}_n)$ について

$$(\hat{\alpha}_n, \hat{\beta}_n, \hat{\sigma}_n, \hat{\mu}_n) = O_p(1) \tag{1.5}$$

が成り立つことを示した.

1.3 ワンステップ推定量

ワンステップ推定量は先ほど求めた初期推定量を用いて以下のように定義される.

$$\hat{\theta}_n^{(1)} := \hat{\theta}_n^{(0)} - \ell_n''(\hat{\theta}_n^{(0)})^{-1} \cdot \ell'(\hat{\theta}_n^{(0)}), \tag{1.6}$$

ここで, $\ell_n(\theta) := \sum_{j=1}^n \log\frac{1}{\sigma}\phi_{\alpha,\beta}(\frac{y_j - X_j\cdot\mu}{\sigma})$. 本論文の 2 つ目の主結果として, 初期推定量が緊密性をもち, いくつかの条件が成り立つことを仮定すると, 以下のような漸近正規性が成り立ち, ワンステップ推定量が MLE と漸近同等であることが示される.

$$\sqrt{n}(\hat{\theta}_n^{(1)} - \theta_0) \xrightarrow{\mathcal{L}} N(0, I(\theta_0)^{-1}). \tag{1.7}$$

2

1.4 数値実験

数値実験は以下のような設定で行った.

$$Y = x_1\mu_1 + x_2\mu_2 + x_3\mu_3 + \epsilon.$$

パラメータの真値やサンプル数は以下の通り.

- $\alpha = 0.8, 1.0, 1.5;\ \beta = 0.5;\ \sigma = 1.5;\ \mu = (5, 2, 3)^T$.
- $N = 300, 500, 1000, 1500,\ x_j \sim U(0, 5)$.
- LAD, LSE, CQMLE を用いたときの初期推定量を比較.
- ※ LSE の漸近分布は知られているが理論上扱いが難しい.

推定量を一つ求めるためにかかった計算時間は以下の通り.

- 初期推定量 (LAD): 0.026 秒, 初期推定量 (LSE): 0.018 秒, 初期推定量 (CQMLE): 0.028 秒,
- MLE: 238.410 秒 (optim 関数で最大化),
- One-step(LAD): 85.4855 秒, One-step(CQMLE): 90.0315 秒.

初期推定量はかなり短い時間で求められることがわかった. MLE もワンステップ推定量も多くの時間がかかるが, MLE よりはワンステップ推定量の方が計算時間が短いことが分かった.

1.5 まとめと今後の展望

- $\hat{\mu}_n$ が CQMLE の場合, $\hat{\theta}_n^{(0)}$ は $\frac{1}{\sqrt{n}}$ のオーダーで緊密. LAD は今後検証.
- $\hat{\theta}_n^{(0)}$ が $\frac{1}{\sqrt{n}}$ のオーダーで緊密性を持つときに, ワンステップ推定量が MLE と漸近同等.
- モーメント法で求めた推定量について数値実験を行った.
- 今後の課題として, ワンステップ推定量の計算精度や計算速度の向上がある.

2 本プログラムにおける今後 3 年間の活動の方向と到達目標

博士一年時には修士の時に所属した脳科学の研究室で引き続き研究を行なっていく. 修士課程の時は, EEG などの脳波データの統計解析に関する論文を読んだり, R で時系列データについてパラメータ推定などを行った. しかしまだ脳科学に関する知識が乏しいため, 論文や本を読んでその内容を週に一度先生に報告しようと考えている. 半期での論文化は現実的でないため研究会などで発表ができる程度にまとめる事を目指す. 発表共創力インターンシップでは保険や金融業界などの時系列データの取り扱う企業に行って, 統計の知識を活かしたいと現時点では考えている.

I はじめに
II プログラムについて
III 活動記録
IV 4. Prelims Abstracts

参考文献

[1] J. P. Nolan. Parameterizations and modes of stable distributions. *Statist. Probab. Lett.*, 38(2):187–195, 1998.

木浦 和哉

マス・フォア・イノベーション連係学府　Prelims 予稿

九州大学大学院　マス・フォア・イノベーション連係学府
博士前期２年　木浦　和哉

2023 年 2 月 15 日

1　はじめに

本 Prelims では，私の修士論文の研究テーマである「対数型 p 進超幾何関数の超合同関係」について内容を紹介したのち，今後の課題を述べ，博士後期課程でどのように研究を進めていきたいと考えていきたいか，そして博士前期課程で養った創発力・共創力・モデリング力をどのように諸科学分野や実社会に潜む課題の発見・解決に活かしていきたいと考えているかについて述べる．博士前期過程で行った整数論については，小さい素数 p に対し，ある対数型 p 進超幾何関数について，すでに知られている「Dwork の p 進超幾何関数」で見られる超合同関係という現象が起こっていることを数値実験により発見し，その計算をを正当化し，予想を立てることができたが，一般的な証明には至っていない．そこで博士後期課程では博士前期課程で発見したある対数型 p 進超幾何関数に加え，様々な対数型 p 進超幾何関数ついて，一般の素数 p で超合同関係が成り立つことを証明することを第一の目標としている．また，Dwork の p 進超幾何関数と対数型 p 進超幾何関数との間には，関数等式があることが予想されている．先行研究により特別な場合にはその予想が正しいことが証明されているので，博士後期課程では別の場合においても関数等式が正しいことを証明したいと考えている．また，博士前期課程で行った数学共創モデリングについては，保険数学の基礎的な知識を学習するために統計学の問題演習と生命保険数理についてその理論を学んだ．博士後期課程では保険数学の資格アクチュアリを取り基本的技能を身につけることはもちろん，将来の不確実な事象の評価を行い，保険や年金，企業のリスクマネジメントなどの多彩なフィールドにおいて応用を図りたいと考えている．

2　修士論文の概要と今後の課題

超幾何関数は数学のさまざまな分野と関わりが深く重要な対象である．その p 進類似として定義された p 進超幾何関数のうち，「Dwork の p 進超幾何関数」と「対数型 p 進超幾何関数」の 2 種類は数論幾何において重要な対象である．以下，Dwork の p 進超幾何関数を $\mathscr{F}_{\underline{a}}^{\mathrm{Dw}}(t)$，対数型 p 進超幾何関数を $\mathscr{F}_{\underline{a}}^{(\sigma)}(t)$ と表す．なお，$\underline{a} := (a_1, \cdots, a_s) \in \mathbb{Z}_p^s$ で，$W := W(\overline{\mathbb{F}}_p)$($\overline{\mathbb{F}}_p$ の Witt 環) とすると，σ は $W[[t]]$ 上フロベニウスであるとする．$\mathscr{F}_{\underline{a}}^{\mathrm{Dw}}(t)$ は $\underline{a}$ にのみ，$\mathscr{F}_{\underline{a}}^{(\sigma)}(t)$ は $\underline{a}$ と σ の両方に依存する．代数多様体について，その L 関数の特殊値と周期やレギュレータを具体的な関数で表すことは，Bloch-Kato の玉河数予想が成り立つ例を構成する上で重要である．そして，数論的には Bloch-Kato の玉河数予想に現れる数論的不変量の p 進的な性質を調べるために，L 関数，周期，レギュレータの p 進類似を考えることは重要であり，したがって p 進 L 関数の特殊値と p 進周期，p 進レギュレータを具体的な関数でしたいというモチベーションがある．特別な種類の代数多様体について，L 関数の critical，non-critical 双方の特殊値と，その周期やレギュレータを $\mathbb{C}$ 上の超幾何関数を用いて表せることが知られている．一方，p 進 L 関数の critical な特殊値については，その p 進周期を $\mathscr{F}_{\underline{a}}^{\mathrm{Dw}}(t)$ を用いて記述できる例が多くあることが知られているが，non-critical な特殊値について，その p 進レギュレータを $\mathscr{F}_{\underline{a}}^{\mathrm{Dw}}(t)$ を用いて記述できる例は知られていない．そこで 2018 年に朝倉政典教授は対数型 p 進超幾何関数を新しく定義し，いくつかの楕円曲線やフェルマー曲線などいくつかの代数多様体について，p 進 L 関数の non-critical な特

殊値における p 進レギュレータを，$\mathscr{F}_{\underline{a}}^{(\sigma)}(t)$ を用いて記述できることを示した．

t を不定元とする．超幾何級数 $F_{\underline{a}}(t)$ を次の形式冪級数で定義する．

$$F_{\underline{a}}(t) := {}_sF_{s-1}\left(\begin{matrix} a_1, \cdots, a_s \\ 1, \cdots, 1 \end{matrix}; t\right) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(a_1)_n}{n!} \cdots \frac{(a_s)_n}{n!} t^n \tag{2.1}$$

$t_0 \in p\mathbb{Z}_p$ なら式 (2.1) は $t = t_0$ において p 進位相に関し収束し，$p\mathbb{Z}_p$ から $\mathbb{Q}_p$ への関数として意味を持つ．Dwork の p 進超幾何級数 $\mathscr{F}_{\underline{a}}^{\mathrm{Dw}}(t)$ も対数型 p 進超幾何関数 $\mathscr{F}_{\underline{a}}^{(\sigma)}(t)$ も $F_{\underline{a}}(t)$ を用いて定義される．したがって，$\mathscr{F}_{\underline{a}}^{\mathrm{Dw}}(t), \mathscr{F}_{\underline{a}}^{(\sigma)}(t)$ は $t = t_0 \in p\mathbb{Z}_p$ で定義できる．しかし，次の定理により $\mathscr{F}_{\underline{a}}^{\mathrm{Dw}}(t), \mathscr{F}_{\underline{a}}^{(\sigma)}(t)$ の定義域が広がることが知られている．

Theorem 2.1 (p 進超幾何関数の合同関係)**.** 全ての自然数 n に対し，

$$\mathscr{F}_{\underline{a}}^{\mathrm{Dw}}(t) \equiv \frac{F_{\underline{a}}(t)_{<p^n}}{F_{\underline{a}'}(t^p)_{<p^n}} \bmod p^n\mathbb{Z}_p[[t]]$$

が成立する．

また，$1 \leq i \leq s$ なる全ての整数 i に対し，$a_i \notin \mathbb{Z}_{\leq 0}$，$\sigma \in 1 + 2pW$ なら，全ての自然数 $n \geq 1$ に対し，

$$\mathscr{F}_{\underline{a}}^{(\sigma)}(t) \equiv \frac{G_{\underline{a}}(t)_{<p^n}}{F_{\underline{a}}(t)_{<p^n}} \bmod p^n W[[t]]$$

が成立する．ただし，形式冪級数 $f(t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n t^n$ に対し，$f(t)_{<m} := \sum_{n<m} A_n t^n$ とする．

この定理より，$\mathscr{F}_{\underline{a}}^{\mathrm{Dw}}(t), \mathscr{F}_{\underline{a}}^{(\sigma)}(t)$ にはある条件下で単元を代入することができることがわかる．

また，$\mathscr{F}_{\underline{a}}^{\mathrm{Dw}}(t)$ には超合同関係という現象が期待されている．超合同関係とは，超幾何関数が背景にある代数多様体の族について，退化したり虚数乗法を持ったりするような特別な点に対しては，より強い合同関係が成り立つという現象である．具体的には，そのような特別な点 t_0 において，その代数多様体の族から決まるある整数 $r \geq 2$ が存在して，

$$\mathscr{F}_{\underline{a}}^{\mathrm{Dw}}(t_0) \equiv \frac{F_{\underline{a}}(t)_{<p^n}\big|_{t=t_0}}{F_{\underline{a}'}(t^p)_{<p^n}\big|_{t=t_0}} \bmod p^{nr}$$

が成り立つ現象である．数値実験により代数多様体の族によって r の値は変わることが予想されている．一方，超合同関係について証明されていることはほとんどなく，証明されている場合についても初等的な証明しか与えられておらず，幾何的な背景は十分にわかっていない．

先行研究により，p が 5 以上の奇素数のときは $\mathscr{F}_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}^{\mathrm{Dw}}(t)$ は $\mathbb{Q}$ 上の楕円曲線のルジャンドル族を背景にもつ p 進超幾何関数で，退化する点 $t = 1$ と虚数乗法を持つ点 $t = -1, 2$ で超合同関係が成り立つことがわかっている．私はこのことから $\mathscr{F}_{\underline{a}}^{(\sigma)}(t)$ にも同じような超合同関係が現れているのではないかという視点を持って研究を進め，以下の予想を立てた．

Conjecture 2.2. p を 5 以上の奇素数とする．対数型 p 進超幾何関数 $\mathscr{F}_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}^{(1)}(1)$ が well-defined なら，

$$\mathscr{F}_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}^{(1)}(1) \equiv \frac{G_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}(t)_{<p^n}\big|_{t=1}}{F_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}(t)_{<p^n}\big|_{t=1}} \bmod p^{2n}$$

が成立する．

そして，小さい p と $n = 1$ に対してこの予想が正しいことを数値計算により検証した．

Theorem 2.3. $p = 5, 7, 11, 13$ について，$\mathscr{F}_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}^{(1)}(1)$ は well-defined で，$n = 1$ について Conjecture 2.2 は正しい．

博士前期過程で行った $\mathscr{F}^{(1)}_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}(1)$ における超合同関係の研究については，一般の素数 p で成り立つという証明には至っていない．そこで博士後期課程では博士前期課程で発見した $\mathscr{F}^{(1)}_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}(1)$ に加え，様々な対数型 p 進超幾何関数について，一般の素数 p で超合同関係が成り立つことを証明することを第一の目標としている．

また，$\mathscr{F}^{\mathrm{Dw}}_{\underline{a}}(t)$ と $\mathscr{F}^{(\sigma)}_{\underline{a}}(t)$ には，関数等式があることが予想されている．p を奇素数とし，2 つの p 進超幾何関数のパラメータが全て等しい場合，すなわち $\underline{a} = (a, \cdots, a)$ の場合を考え，これを $\mathscr{F}^{\mathrm{Dw}}_{a,\cdots,a}(t), \mathscr{F}^{(\sigma)}_{a,\cdots,a}(t)$ で表す．$\mathscr{F}^{\mathrm{Dw}}_{a,\cdots,a}(t)$ において，関数等式

$$\mathscr{F}^{\mathrm{Dw}}_{a,\cdots,a}(t) = (\text{ある } t \text{ の単項式}) \times \mathscr{F}^{\mathrm{Dw}}_{a,\cdots,a}(t^{-1})$$

が成り立つという予想がある．また，Wang Chung-Hsuan 氏によって定義された $\mathscr{F}^{(\sigma)}_{a,\cdots,a}(t)$ を修正した p 進超幾何関数を $\widehat{\mathscr{F}^{(\sigma)}_{a,\cdots,a}}(t)$ とすると，関数等式

$$\mathscr{F}^{(\sigma)}_{a,\cdots,a}(t) = -\widehat{\mathscr{F}^{(\sigma)}_{a,\cdots,a}}(t^{-1})$$

が成り立つことが予想されている。この 2 つの関数等式は，前者の関数等式が成り立つならば，後者の関数等式が成り立つということが示されているという意味で $\mathscr{F}^{\mathrm{Dw}}_{a,\cdots,a}(t)$ と $\mathscr{F}^{(\sigma)}_{a,\cdots,a}(t)$ を結びつけている．先行研究では，これらの関数等式が $\bmod p$ で成り立つこと，${}_1F_0$ で成り立つこと，${}_2F_1$ において超幾何級数の 2 つのパラメータが単位分数で，さらに分母が p より小さい場合で成り立つことが示されている．博士後期課程では前者の関数等式が成り立つならば，後者の関数等式が成り立つということが示されているということに鑑み，$\mathscr{F}^{\mathrm{Dw}}_{a,\cdots,a}(t)$ における関数等式が近似の精度を上げても成り立つこと，${}_2F_1$ で示されていない場合についても成り立つこと，${}_3F_2, {}_4F_3$ の場合についても成り立つことなどを証明したいと考えている．

3　創発力・共創力・モデリング力について

博士前期課程では共創モデリングのセミナーを通じて 2 つのことを行った．まず保険数学でよく使う統計の手法について復習するために，アクチュアリー会の過去問題集を用いて問題演習を行った．そして保険の分野のうちの 1 つである生命保険数理について，「アクチュアリーのための生命保険数学入門」という本を用いて生命保険数学の理論を学んだ．博士後期課程では保険数学の基本的技能を身につけたいと考えている．そのために，アクチュアリー準会員になるために必要な 5 つの科目のうち，「数学」「生保数理」の資格を取ること，また，既存の保険について，学んだ理論がどのように応用されているかについて調べ，将来の不確実な事象の評価を行い，保険や年金，企業のリスクマネジメントなどの多彩なフィールドにおいて応用を図りたいと考えている．

参考文献

[1] M. Asakura, *New p-adic hypergeometric functions and syntomic regulators.* arXiv:1811.03770

[2] B. Dwork, *p-adic cycles.* Publ. Math. IHES, tome 37 (1969), 27-115.

[3] M.J. Coster, L. van Hamme, *Supercongruences of Atkin and Swinnerton-Dyer type for Legendre polynomials.* Journal of Number Theory Volume 38, Issue 3, July 1991, Pages 265-286

[4] Ling Long, Ravi Ramakrishna, *Some supercongruences occurring in truncated hypergeometric series.* Advances in Mathematics 290 (2016) 773-808

[5] M. Robert, *A course in p-adic analysis.* Springer

[6] Wang Chung-Hsuan *Congruence relations for p-adic hypergeometric functions* $\widehat{\mathscr{F}^{(\sigma)}_{a,\cdots,a}}(t)$ *and its transformation formula* arXiv:2001.08117

[7] Wang Chung-Hsuan *On transformation formulas of p-adic hypergeometric functions* $\mathscr{F}^{(\sigma)}_{a,\cdots,a}(t)$ *and* $\widehat{\mathscr{F}^{(\sigma)}_{a,\cdots,a}}(t)$ arXiv:2104.14092

田島 凌太

Prelims 発表予稿

田島　凌太

1　修士論文の概要

本修士論文で、私はモックモジュラー形式の p 進的な性質について、そのサーベイ及び私が博士前期課程で得た新規の結果 (Theorem 2) についてまとめた。

モックモジュラー形式とは、ラマヌジャンのモックテータ関数を起源にもつ古典的な対象である。しかし、モックテータ関数の研究が目覚ましく進歩したのは 2002 年の Zwegers 氏の博士論文以降のことである。この博士論文により、ラマヌジャンのモックテータ関数はある調和 Maass 形式の正則部分と解釈されることが分かった。現在では、調和 Maass 形式の正則部分のことをモックモジュラー形式と呼んでいる。

そして、このようなモジュラー形式の持つ特筆すべき p 進的な性質として次が挙げられる。g を重さ整数の normalized newform とし、f を good lift と呼ばれる g から定まりある種の代数性を満たすモックモジュラー形式とする。good lift は一意的ではないことに注意をする。このとき、ある一意的な p 進数 $\alpha_g(f)$ が存在して、f と $\alpha_g(f)$ から p 進モジュラー形式が構成できる。このようにして得られる p 進モジュラー形式のことをこれからは p 進モックモジュラー形式と呼ぶことにする。p 進モックモジュラー形式の構成として、例えば次のような定理が知られている。まず、g が虚数乗法を持つ場合、$\alpha_g(f)$ は f の取り方に依存しない。その為、この場合は単に α_g と書くことにする。以下では埋め込み $\overline{\mathbb{Q}} \hookrightarrow \mathbb{C}$, $\overline{\mathbb{Q}} \hookrightarrow \mathbb{C}_p$ を固定し、p 進付値 v_p を $v_p(p)=1$ となるように正規化する。そして、$X^2 - C_g(p)X + p^{k-1}$ の根で p 進付値の小さい方を β と書く。

Theorem 1. k を整数で $g \in S_k(\Gamma_0(N))$ を *normalized newform* とし、体 K に虚数乗法を持つと仮定する。更に素数 p が N を割らず $\mathcal{O}_K$ で *inert* だと仮定する。f を g の *good lift* とし $\gamma \in \mathbb{C}_p$ に対して、

$$\mathcal{F}_\gamma := \mathcal{F}_\gamma - \gamma E_{g|V(p)}$$

と定める。このとき、$\mathcal{F}_\gamma$ がレベル pN、重さ $2-k$ の p 進モジュラー形式となる $\gamma \in \mathbb{C}_p$ がただ一つ存在する。この値を α_g と書くと次が成り立つ。

$$\alpha_g = \lim_{m\to\infty} \frac{C_{D^{k-1}(f)}\left(p^{2m+1}\right)}{\beta^{2m}}$$

ここで、$D := q\,(d/dq)$ である。このような p 進モックモジュラー形式の構成方法は g の性質に激しく依存しており、統一的な解釈はまだ得られていない。特に $g \in S_k(\Gamma_0(N))$ が体 K に虚数乗法を持ち、素数 p が $\mathcal{O}_K$ で split する場合、α_g は常に 0 になることが分かっている。しかし素数 p が $\mathcal{O}_K$ で inert な場合では、α_g が 0 にならない例が一つ知られているのみであり、一般に 0 にならないのかどうかは未解決である。これらを踏まえて私は博士前期課程の間に次の定理を証明した。

Theorem 2 (T.). k を整数で $g \in S_k(\Gamma_0(N))$ を *normalized newform* とし、体 K に虚数乗法を持つと仮定する。更に素数 p が $2N$ を割らず $\mathcal{O}_K$ で *inert* だと仮定する。p 進数 $\alpha_g(f)$ を *Theorem 1* に出てきたものとする。 $\dim S_k(\Gamma_0(N)) = 1$ のとき、$\alpha_g \neq 0$ が常に成り立つ。

本主定理の証明のポイントは、まず $D^{k-1}(f)$ の属する空間に適切な商を取ることで $S_k(\Gamma_0(N))$ の双対空間と同型な空間 $\widehat{S_k^0}(\Gamma_0(N))$ を構成する。次に $\widehat{S_k^0}(\Gamma_0(N))$ の元で p 進付値が計算できる級数 F を構成する。すると、$\dim \widehat{S_k^0}(\Gamma_0(N)) = 1$ より

$$D^{k-1}(f) = cF \quad \text{in } \widehat{S_k^0}(\Gamma_0(N))$$

が成り立つ。その後この式が $\mathbb{Q}$ に g のフーリエ係数を添加して得られる代数体 F_g 上でも成り立つことを示す。そして最後に両辺から p^{2m+1} の部分を抜き取り、p 進極限を取ることで結論が得られる。

1

2 共創モデリングの活動報告

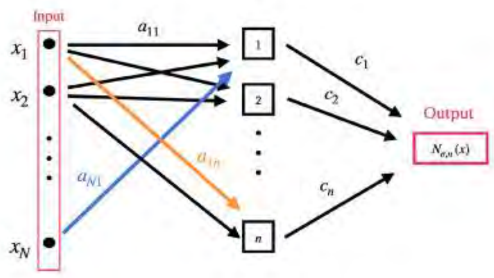


図 1　隠れ層が一層からなる FNNs

次に、「共創モデリング」における活動報告を行う。「共創モデリング」では、岡本剛准教授のもとでFeedforward neural netwaoks(FNNs) についての学習・研究を行なった。上の図 1 は隠れ層が一層からなる FNNs である。これは脳の神経回路の一部を簡略化してモデル化したものである。input $\boldsymbol{x} = (x_i)$ は重さ $\boldsymbol{a} = (a_{k,l})$ の回路を通り、ニューロン $1, ..., n$ に送られる。その後各ニューロンから重さ (c_l) の回路を通って Output される。しかし、ニューロンはある閾値を超える情報量が入らないと発火しない (Output されない) という性質を持つ。この性質を反映するため、ある一定の値を越えないと 0 しか返さない励起関数と呼ばれる関数 σ が導入される。以上のことを数学的にまとめると、Output $N_{\sigma,n}(\boldsymbol{x})$ は次のように記述される。

$$N_{\sigma,n}(\boldsymbol{x}) := \sum_{j=1}^{n} c_j \sigma(\boldsymbol{a}_j \cdot \boldsymbol{x}_j + b_j)$$

ここで、$c_j, b_j \in \mathbb{R}, \boldsymbol{a}_j \in \mathbb{R}^N$ 及び $\sigma : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ は FNNs から定まる量であり、$\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^N$ である。そして、FNNs の研究において $\sigma : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ は $[0, \infty)$ の特徴関数で近似されることが多い。つまり、隠れ層が一層からなる FNNs において、その Output は特徴関数の n 個の線形和で書ける。FNNs の Output のなす関数空間がどのような近似性質を持つかについて盛んに研究が行われており、例えば [1] では次の定理が成り立つことが示されている。

Theorem 3 ([1], Corollary 1)**.** p を 1 以上の実数とし、自然数 n とコンパクト集合 $T \subset \mathbb{R}^N, J \subset [0, \infty)$ に対して次のような関数空間を考える。

$$\mathcal{A}_n(T, J) := \{\sum_{j=1}^{n} c_j \chi_{B(\boldsymbol{x}_j, r_j)} \mid c_j \in \mathbb{R}, \boldsymbol{x}_j \in T, r_j \in J\} \subset L^p(\mathbb{R}^N)$$

このとき、全ての自然数 n に対して $\mathcal{A}_n(T, J)$ は $L^p(\mathbb{R}^N)$ において *Approximatively compact* になる。

ここで、Approximatively compact について簡単に定義を述べておく。

Definition 4. X : ノルム空間、$A \subset X$ とする。$x \in X$ に対し、$(a_n) \subset A$ が

$$\lim_{n \to \infty} \| x - a_n \| = d(A, x)$$

を満たすならば、(a_n) を x-distance-minimizing sequence という。

Definition 5. X : ノルム空間、$A \subset X$ とする。任意の $x \in X$ と任意の x-distance-minimizing sequence (a_n) に対して、(a_n) が A 内に収束部分列を持つとき A を Approximatively compact であるという。

このように、「共創モデリング」では FNNs から得られる関数空間の位相的な性質を研究している論文などを読んだ。そして博士課程で行われる「創発モデリング」ではこの FNNs から得られる関数空間に関して研究を行い新規の結果を得ることを到達目標に設定する。例えば、$\mathcal{A}_n(T, J)$ の定義において、円盤の半径は有界であるが、本来励起関数は $[0, \infty)$ の特徴関数で近似される。その為、コンパクト集合 $J \subset [0, \infty)$ に対して、

$$\mathcal{A}_n(J) := \{\sum_{j=1}^{n} c_j \chi_{[a_j, \infty)} \mid c_j \in \mathbb{R}, c_j \in J\} \subset L^p\left(\mathbb{R}^N\right)$$

で定義される空間についての研究を行いたい。特にこの空間が Approximatively compact であるかどうかについて研究を行いたいと考えている。

参考文献

[1] Paul C Kainen, Vera Kurkova, and Andrew Vogt, *Approximative compactness of linear combinations of characteristic functions*, Journal of Approximation Theory **257** (2020), 105435.

田爪 竜二

Prelims 予稿

学生番号：2MI21006R
田爪竜二
九州大学マス・フォア・イノベーション連係学府　博士前期課程 2 年

1　修士論文の概要

■研究題目　私の大学院における研究題目は「低次元力学系における不変測度の性質の研究」である．特に，区分的単調写像と呼ばれる単位閉区間 $[0,1] \subset \mathbb{R}$ 上の力学系に対して，その上の不変測度を周期測度で近似可能であるか研究した．

■現在までの研究とその成果　この節では修士論文の内容について要約を述べる．まず最初に用語の定義を行い，次に問題の提示とその重要性を説明し，最後に研究で得られた定理を述べる．

$\mathbb{N}$ を正の整数全体の集合とし，$\mathbb{N}_0 = \mathbb{N} \cup \{0\}$ とおく．写像 $T\colon [0,1] \to [0,1]$ が**区分的単調写像**であるとは，各 $1 \leq i \leq N$ について $T|_{(c_{i-1},c_i)}$ が狭義単調かつ連続となるような $[0,1]$ の有限分割 $0 = c_0 < c_1 < \cdots < c_N = 1$ が存在することをいう．また，$\xi = \{(c_{i-1},c_i) \mid 1 \leq i \leq N\}$ とおく．各 $c \in C$ に対して，形式的に

$$T^m c^+ = \lim_{x \to +c} T^m x, \quad T^m c^- = \lim_{x \to -c} T^m x$$

と定める．各 $k \in \mathbb{N}$ に対して

$$\xi_k = \bigvee_{i=0}^{k} T^{-i}\xi = \left\{ \bigcap_{i=0}^{k} T^{-i} Z_i \neq \varnothing \;\middle|\; Z_i \in \xi \right\}$$

と定める．このとき，各 $x \in R$ に対して x を含む ξ_k の元 Z_k がただ 1 つ存在するので，これを $\xi_k(x)$ と書く．T が区分的単調写像で，$\overline{\{T^n x \mid n \in \mathbb{N}_0\}}$ を満たす $x \in [0,1]$ が存在するとき，T は**位相推移的**であるという．

X をコンパクト距離空間とする．$\mathscr{B}(X)$ で X 上の Borel σ-加法族を表すとし，写像の可測性はすべて Borel 可測の意味で考える．$\mathscr{B}(X)$ 上の確率測度全体の集合を $M(X)$ と書く．$M(X)$ には week-*位相を入れる．$f\colon X \to X$ を可測写像とする．このとき，f-不変測度 $\mu \in M(X)$ 全体の集合を $M_f(X)$ と書く．また，f-エルゴード的な不変測度 $\mu \in M_f(X)$ 全体の集合を $M_f^{\mathrm{erg}}(X)$ と書く．点 $p \in X$ が f-周期点であるとは，$f^n p = p$ となる $n \in \mathbb{N}$ が存在することをいう．f-

周期点全体の集合を $\mathrm{Per}(f)$ と書く．$p \in \mathrm{Per}(f)$ に対して $\mu_p = \frac{1}{n}\sum_{i=0}^{n-1}\delta_{T^i p}$ で定義される測度 $\mu_p \in M_f^{\mathrm{erg}}(X)$ を p-**周期測度**という．$M_f^{\mathrm{per}}(X) = \{\mu_p \mid p \in \mathrm{Per}(f)\}$ と定める．また，$\mu \in M_T(X)$ に対してその測度論的エントロピーを $h_\mu(f)$ と書き，位相的エントロピーを $h_{\mathrm{top}}(f)$ と書く．

次に，T を区分的単調写像とするとき $M_T^{\mathrm{per}}([0,1])$ の稠密性について知ることの重要性について述べる．最近では $[0,1]$ 上の位相推移的な区分的単調写像 T について，その周期測度の稠密性に関する結果がいくつかある．例えば [1, 2] においては，irregular set の二律背反則や大偏差原理といった，いくつかの熱力学的な性質を証明する上で $M_T^{\mathrm{per}}([0,1])$ の稠密性が重要な役割を果たしている．よって，区分的単調写像においてどのような場合に $\overline{M_T^{\mathrm{per}}([0,1])} = M_T^{\mathrm{erg}}([0,1])$ が成り立つか調べることが重要である．これに関して，先行研究では次のような結果が得られている：

- T が連続で $h_{\mathrm{top}}(T) > 0$ の場合，$\overline{M_T^{\mathrm{per}}([0,1])} = M_T^{\mathrm{erg}}([0,1])$ が成り立つ [3, Corollary 10.5].
- $h_{\mathrm{top}}(T) > 0$ であり，ある狭義単調増加な連続写像 $f\colon [0,1] \to \mathbb{R}$ があって，$T(x) = f(x) \pmod 1$ と表せるとき，$\overline{M_T^{\mathrm{per}}([0,1])} = M_T([0,1])$ が成り立つ [4, Theorem 2].
- $h_{\mathrm{top}}(T) > 0$ で $N = 2$ の場合，$\overline{M_T^{\mathrm{per}}([0,1])} = M_T([0,1])$ が成り立つ [5, Theorem 2].

特に，Hofbauer と Raith による論文 [5] において，次の問題があげられている．

問題 (Hofbauer-Raith の問題)**.** $T\colon [0,1] \to [0,1]$ を $h_{\mathrm{top}}(T) > 0$ を満たす位相推移的な区分的単調写像とするとき，$\overline{M_T^{\mathrm{per}}([0,1])} = M_T([0,1])$ が成り立つか？

以後，Hofbauer-Raith の問題を (HR) と略記する．(HR) では $\overline{M_T^{\mathrm{per}}([0,1])} = M_T([0,1])$ が成り立つかを尋ねているが，区分的に狭義単調増加で T が右または左連続でという条件のもとでこれは $\overline{M_T^{\mathrm{per}}([0,1])} = M_T^{\mathrm{erg}}([0,1])$ と同値であることが知られている [6, Theorem B]．ここで私は次の定理 1.1 を得た．これは，(HR) を部分的に解決するものである．

定理 1.1. $T\colon [0,1] \to [0,1]$ を位相推移的な区分的単調写像，$\mu \in M_T^{\mathrm{erg}}([0,1])$ とする．このとき，$h_\mu(T) > 0$ ならば $\mu \in \overline{M_T^{\mathrm{per}}([0,1])}$ である．

■研究の特色・独創的な点　この節ではこの研究の特色，および独創的な点について述べる．まず (HR) についてだが，先に述べたように $N = 2$ の場合は Hofbauer と Raith 自身が (HR) を証明している．しかし，その証明方法は $N = 2$ であることに大きく依存しており，$N \geq 3$ の場合にそのまま拡張することはできない．よって，Hofbauer と Raith の手法を $N \geq 3$ の場合に用いるには，さらに別の手法を合わせるか，または T に対して条件を追加する必要がある．しかし，定理 1.1 では測度論的エントロピーに注目することで，T に対して条件を加えることなく，一般的な状況で周期測度での近似可能性を示している．これによって (HR) について考える場合，$h_\mu(T) = 0$ を満たす $\mu \in M_T^{\mathrm{erg}}([0,1])$ の周期測度での近似可能性が問題となることが明らかとなる．実は，このよう

2

にエルゴード理論において測度論的エントロピー h_μ がゼロである場合が問題となることは珍しくない．例えば，次のようなよく知られた問題がある：

> **問題** (Furstenberg の $\times 2, \times 3$ 予想)．$\mathbb{T} = \mathbb{R}/\mathbb{Z}$ 上の写像 S_2, S_3 をそれぞれ $x \mapsto 2x \pmod 1, x \mapsto 3x \pmod 1$ で定める．μ を S_2, S_3-不変な $\mathbb{T}$ 上の Borel 確率測度で，S_2, S_3 の 2 つの作用についてエルゴード的であるとする．このとき Lebesgue 測度でも有限の点からなる台をもつ測度でもない μ は存在するか？

これに対して，Rudolph は次の定理を証明した．

定理 (Rudolph [7])．$\mathbb{T} = \mathbb{R}/\mathbb{Z}$ 上の写像 S_2, S_3 をそれぞれ $x \mapsto 2x \pmod 1, x \mapsto 3x \pmod 1$ で定める．μ を S_2, S_3-不変な $\mathbb{T}$ 上の Borel 確率測度で，S_2, S_3 の 2 つの作用についてエルゴード的であるとする．このとき，$h_\mu(S_2) > 0$ または $h_\mu(S_3) > 0$ ならば，μ は $\mathbb{T}$ 上の Lebesgue 測度である．

Rudolph の定理では，$h_\mu(S_2) = h_\mu(S_3) = 0$ の場合は何も主張していない．すなわち，この問題でも測度論的エントロピーがゼロの場合が残されるわけである．以上より，定理 1.1 は測度論的エントロピーがゼロとなる測度の解析の重要性を示すものとも解釈できる．

2 本プログラムにおける今後 3 年間の活動の方向と到達目標

(1) **主たる研究**：今後は主に区分的単調写像によって生成される力学系についての研究を行う．特に，修士での研究の延長として測度論的エントロピー $h_\mu(T)$ が 0 となるような不変測度 μ についてその性質を解明したい．例えば [8, Lemma 3.1] では $p \in \mathbb{N}$ に対して，$T_p \colon \mathbb{R}/\mathbb{Z} \ni x \mapsto px \pmod 1 \in \mathbb{R}/\mathbb{Z}$ という写像を考え，これが $h_\mu(T_p) = 0$ を満たす場合の不変測度 μ の性質を調べている．しかし，その手法は T_p の性質に大きく依存している．そのため，T_p の性質を抽出することで，より一般的な写像について同様の議論が可能か調べたい．

(2) **他分野との連携**

(a) **創発モデリングについて**：共創モデリングにおいては，坂東麻衣教授の下で宇宙機の軌道設計にまつわる研究を行った．特に，動的モード分解を用いた軌道の予測設計や，変分法を用いて円制限三体問題の周期解を数値的に求める手法は，これまでの数学の技術を活用する良い機会となった．創発モデリングにおいては，これらの研究で得られた知識を用いて，本格的な問題に挑戦する．最終的には工学の分野での研究発表を行う，もしくは論文を書くことを目標としたい．

(b) **他の数学分野の研究について**：博士前期 2 年の間では，向江頼士氏らとグラフ理論につ

いての共同研究を行い，論文掲載まで至った [9]．グラフ理論は自分の専門とは異なるが，私の幾何学に関するアイデアを用いることが可能であった．この経験から，様々な分野の研究者とコミュニケーションをとることや，他の分野への関心が重要であることがわかった．今後は自分の研究のみに集中するだけではなくより広い視野を持ち，専門に捉われない研究を意識したい．

参考文献

[1] Yushi Nakano and Kenichiro Yamamoto. Irregular sets for piecewise monotonic maps. *Tokyo J. Math.*, Vol. 44, No. 2, December 2021.

[2] Yong Moo Chung and Kenichiro Yamamoto. Large deviation principle for piecewise monotonic maps with density of periodic measures. *Ergodic Theory and Dynamical Systems*, pp. 1–12, 2021.

[3] Alexander M. Blokh. The “spectral” decomposition for one-dimensional maps. In *Dynamics Reported*, pp. 1–59. Springer Berlin Heidelberg, 1995.

[4] Franz Hofbauer. Generic properties of invariant measures for simple piecewise monotonic transformations. *Israel Journal of Mathematics*, Vol. 59, No. 1, pp. 64–80, feb 1987.

[5] Hofbauer Franz and Raith Peter. Density of periodic orbit measures for transformations on the interval with two monotonic pieces. *Fundamenta Mathematicae*, Vol. 157, No. 2-3, pp. 221–234, 1998.

[6] Kenichiro Yamamoto. On the density of periodic measures for piecewise monotonic maps and their coding spaces. *Tsukuba Journal of Mathematics*, Vol. 44, No. 2, dec 2020.

[7] Daniel J. Rudolph. $\times 2$ and $\times 3$ invariant measures and entropy. *Ergodic Theory and Dynamical Systems*, Vol. 10, No. 2, pp. 395–406, 1990.

[8] Manfred Einsiedler and Alexander Fish. Rigidity of measures invariant under the action of a multiplicative semigroup of polynomial growth on $\mathbb{T}$. *Ergodic Theory and Dynamical Systems*, Vol. 30, No. 1, pp. 151–157, 2010.

[9] Raiji Mukae, Kenta Ozeki, Terukazu Sano, and Ryuji Tazume. Covering projective planar graphs with three forests. *Discrete Mathematics*, Vol. 345, No. 4, p. 112748, 2022.

田中 友理

Prelim 発表内容

2MI21007N　　田中友理

[1] 修士論文の概要

本論文は、ジャンプ有りレヴィ過程が駆動する株価過程モデルの分析をテーマとしている。Fisher S. Black と Myron S. Scholes が”The Pricing of Options and Corporate Liabilities”を発表してから半世紀近く経つ現在までに、古典的ブラック・ショールズモデルは、さまざまな方向性への拡張が議論されてきた。これからモチベーションを受け、その方向性の一つである確率微分方程式の駆動部分をレヴィ過程と想定する手法での一般化及び、その下でのファイナンスへの応用を議論する。本論文の主目標は、確率微分方程式

$$dS_t = \mu S_{t-}dt + \sigma S_{t-}dW_t + \beta S_{t-}\int_c^\infty x\,\tilde{N}(dt,dx)$$

で表される株価過程Sに対するヨーロピアンコールオプション（Example 3.1）の価格の明治公式を導出することと設定した。それに伴い、方程式中に現れる積分$\int_c^\infty x\,\tilde{N}(dt,dx)$の意味付けやオプション価格評価で重要な役割を担うリスク中立測度とニューメレールという量（定理 4.1）の構成が課題として挙げられるそれぞれ Section 2、Section 4 で議論した。

Section 1 では、レヴィ過程に関する基本的な結果を列挙した。

Section 2 は、上の確率積分についてのサーベイであり、D. Applebaum「Lévy Processes and Stochastic Calculus」を主な参考文献としてまとめた。これはサーベイではあるが、省略された証明を補完し、適宜異なる方法で議論するなど自分自身の言葉でストーリーを構成した。内容は、可予測関数$F: [0,T]\times E\times\Omega\to\mathbb{R}^d$の real-valued martingale-valued measure Mに対する積分$I_T(F)$を定義し、その性質、特に後のファイナンスへの応用で必要となる定理を議論した。ここで、real-valued martingale-valued measure Mとは、$\mathfrak{B}(\mathbb{R}^+)\otimes\mathfrak{B}(E)$（$E\in\mathfrak{B}(\mathbb{R}^d)$）上の測度であり、次の 4 条件を満たすものである (1) $A\in\mathfrak{B}(E)$に対して、$M(\{0\},A)=0$　a.s.、(2) $0\le s<t\le T, A\in\mathfrak{B}(E)$に対し、$M\big((s,t],A\big)=M(t,A)-M(s,A)$　a.s.、(3) $0\le s<t\le T$, $A\in\mathfrak{B}(E)$に対し、$M\big((s,t],A\big)$は$\mathcal{F}_s$から独立、(4) $\mathfrak{B}(\mathbb{R}^+)\otimes\mathfrak{B}(E)$上の$\sigma$-有限測度$\rho=\rho^M$が存在して、$0\le t\le T, A\in\mathfrak{B}(E)$に対して、$\mathbb{E}\Big[M\big((0,t],A\big)^2\Big]=\rho\big((0,t],A\big)$を満たす。

まず積分の定義はついて。被積分関数のクラスとして、以下の 3 つの集合を定めた。

$$\mathcal{P}_0(T,E)=\Big\{F:[0,T]\times E\times\Omega\to\mathbb{R}\,\Big|\,F\text{は可予測で、以下の形をとる。}\Big\}$$

$F(t,x,\omega)=\sum_{k=1}^{n}\sum_{j=0}^{m}c_k(\omega)\,\xi_{t_j}(\omega)\,\mathbb{I}_{(t_j,t_{j+1}]}(t)\mathbb{I}_{A_k}(x)$。ただし、$c_k\in\mathbb{R}$と$\xi_{t_j}$は有界であり、全ての$k$に対し、$c_k\xi_{t_j}$は$\mathcal{F}_{t_j}$-可測、$0=t_0<\cdots<t_{m+1}=T$は区間$[0,T]$上の分割、$A_1,\cdots,A_n\in\mathfrak{B}(E)$は$E$の部分集合で$\bigcup_{k=1}^{n}A_k=E$、$\mu(A_k)<\infty$を満たす。

$$\mathcal{P}^2(T,E)=\left\{F:[0,T]\times E\times\Omega\to\mathbb{R}\,\middle|\,F\text{は可予測で、}\int_0^T\int_E\mathbb{E}[|F_t(x,\omega)|^2]\rho(dt,dx)<\infty\right\}$$

$$\mathcal{P}_{loc}^2(T,E)=\left\{F:[0,T]\times E\times\Omega\to\mathbb{R}\,\middle|\,F\text{は可予測で、}\int_0^T\int_E|F_t(x,\omega)|^2\rho(dt,dx)<\infty\quad\text{a.s.}\right\}$$

$F\in\mathcal{P}_0(T,E)$に対して、積分$I_T(F)=\int_0^T\int_E F_t(x)M(dt,dx)$を$I_T(F):=\sum_{k=1}^{n}\sum_{j=0}^{m}c_k\,\xi_{t_j}M\left(\left(t_j,t_{j+1}\right],A_k\right)$と定め、このとき等長性：$\mathbb{E}[|I_T(F)|^2]=\int_0^T\int_E\mathbb{E}[|F_t(x,\omega)|^2]\,\rho(dt,dx)$が成り立つ。次に、$\mathcal{P}^2(T,E)$はノルム$\|F\|_{T,\rho}:=\mathbb{E}\left[\int_0^T\int_E|F_t(x,\omega)|^2\,\rho(dt,dx)\right]^{\frac{1}{2}}$に関して、$L^2([0,T]\times E\times\Omega,\rho\times\mathbb{P})$の閉部分空間であることと$\mathcal{P}_0(T,E)$は$\mathcal{P}^2(T,E)$において稠密であることを証明した。すると、$F\in\mathcal{P}^2(T,E)$に対して、近似列$\{F^{(n)}\}\subset\mathcal{P}_0(T,E)$が取れ、等長性と合わせると$L^2$収束する確率変数の列$\{I_T(F^{(n)})\}$が取れたことになり、それを$F$の確率積分と定義した。更に、$F\in\mathcal{P}_{loc}^2(T,E)$への拡張は、停止時間の列$\{\tau_n\wedge T\}$を$\tau_0=0,\quad\tau_n=\inf\left\{t\middle|\int_0^t\int_E|F_s|^2\rho(ds,dx)>n\right\}\quad(n\geq 1)$と定めると、$F_t^{(n)}=F_t\mathbb{I}_{\{t\leq\tau_n\}}$は$\mathcal{P}^2(T,E)$であり、以下の補題を$F^{(n)}-F^{(m)}$に適応する。

補題 2.15

$F\in\mathcal{P}^2(T,E)$と$\varepsilon,\eta>0$に対して、

$$\mathbb{P}(|I_T(F)|>\varepsilon)\leq\frac{\eta}{\varepsilon^2}+\mathbb{P}\left(\int_0^T\int_E|F_t(x)|^2\rho(dt,dx)\geq\eta\right)。$$

すると、$\{I_T(F^{(n)})\}$は確率収束の意味でコーシー列であり、収束先を持つことが示されるので、それを$F\in\mathcal{P}_{loc}^2(T,E)$の確率積分と定義した。

次に、具体的なMに対する積分を2例ほど見た。$E=\{0\}$, $M((s,t],\cdot)=(W_t-W_s)\delta_0(\cdot)$（$W$は1次元ブラウン運動、$\delta_0$はディラック測度）ととると、この場合での確率積分はブラウン運動による確率積分とみなすことができる。また、νをレヴィ測度、Nを強度νのポワソン測度$\tilde{N}$を$\tilde{N}(t,\cdot)=N(t,\cdot)-t\nu$によって定まるコンペンセイト・ポワソン測度として、$M=\tilde{N}$ととると、$A\in\mathfrak{B}(\mathbb{R}^d-\{0\})$で$0\notin\overline{A}$、$K\in\mathcal{P}_{loc}^2(T,\mathbb{R}^d-\{0\})$、$\nu(A)<\infty$のとき、

$$\int_0^t\int_A K(s,x)\,\tilde{N}(ds,dx)=\int_0^t\int_A K(s,x)\,N(ds,dx)-\int_0^t\int_A K(s,x)\,\nu(dx)ds$$

が成り立つ。ただし、$\int_0^t \int_A K(s,x)\,N(ds,dx) := \sum_{x\in A} K(t,x)\,N(t,\{x\}) = \sum_{0\le u\le t} K(u,\Delta Q_u)\mathbb{I}_A(\Delta Q_u)$、$Q$は、$Q = \int_0^{\cdot}\int_A x\,N(ds,dx) = \int_A x\,N(\cdot,dx)$により定まる複合ポワソン過程（Section 1 参照）。この積分が、上の株価過程Sの確率微分方程式中に現れる積分部分に意味を与える。

Section 2 の残りの部分は、以下で表されるレヴィタイプ確率過程についての主張で、Section 4 のファイナンス議論を行う上で必要になるものを示した。

定義：確率過程Yで以下のような形を持つものをレヴィタイプ確率過程という。

$$Y_t = Y_0 + \int_0^t G_s ds + \int_0^t F_s dW_s + \int_0^t \int_{0<|x|<1} H(s,x)\,\tilde{N}(ds,dx) + \int_0^t \int_{|x|\ge 1} K(s,x)\,N(ds,dx),$$

ここで、Nは強度νを持つポワソン測度、 $\tilde{N}$はこれらのコンペンセイト・ポワソン測度、Wはm次元ブラウン運動であり、$d\times m$行列値関数F、$\mathbb{R}^d$値関数G、H、Kは次のもの。

$|G^i|^{1/2}, F_{ij} \in \mathcal{H}^2_{loc,T}$, $H \in \mathcal{P}^2_{loc}(T, B_0(1)-\{0\})$であり、$K$は可予測関数（$1\le i\le d,\ 1\le j\le m$）。

特に、レヴィタイプ確率過程に対する伊藤の公式（Subsection 2.3）、2 次変分の定義と公式化（定理 2.33）、部分積分（定理 2.35）、同値なマルチンゲール測度が与えられたときのマルチンゲール性、レヴィ過程性の保存条件（定理 2.37）などを示した。

Section 3 では、古典的ブラック・ショールズとその下でのヨーロピアンコール価格評価を概括し、簡単なシミュレーションを行い、一般化の必要性を述べた。

Section 4 が本論文のメインテーマへの取り組みであり、最終的には主目標であるヨーロピアンコールオプションの明治公式に達した。まず、株価過程Sを明示的に書くために、Doléans-Dade Exponential による確率微分方程式の解の議論を行った（定理 4.3）。結果として、Sは以下で与えられる。$t>s$に対して、

$$S_t = S_s \exp\left(\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)(t-s) + \sigma(W_t - W_s) + \int_s^t \int_{\mathbb{R}_{>c}-\{0\}} \log(1+\beta x)\,\tilde{N}(du,dx)\right.$$
$$\left. + (t-s)\int_{\mathbb{R}_{>c}-\{0\}} \{\log(1+\beta x) - \beta x\}\,\nu(dx)\right)。$$

そして、ディスカウント過程$D = \left(D_{t,T}\right)_{t\le T}$: $D_{t,T} := e^{-r(T-t)}$（rは金利）をニューメレールにできるようなリスク中立測度の構成を議論した。過程$Y = Y^{(G,F,H)}$を

$$dY_t = dY_t^{(G,F,H)} = G_t dt + F_t dW_t + \int_{\mathbb{R}_{>c}-\{0\}} H(x)\,\tilde{N}(t,dx),\quad Y_0 = 0$$

とし、測度$\mathbb{Q}$を$\mathbb{Q}|_{\mathcal{F}_t}(A) := \int_A e^{Y_t}\,d\mathbb{P}|_{\mathcal{F}_t}$（$A\in\mathcal{F}_t$、$t\le T$）で定めたとき、これがリスク中立測度になる条件を求め、リスク中立測度の構成アルゴリズムとした（Algorism 4.4）。この導出

過程で、$\mathbb{Q}$の下でのブラウン運動$W^{\mathbb{Q}}$を定め、Nが$\mathbb{Q}$の下でもポワソン測度になることを示した。

最後に、ヨーロピアンコールの明治公式の導出について。リスク中立測度$\mathbb{Q}$が与えられたとき、株価過程Sに対する満期T、行使価格Kのヨーロピアンコールの時刻$t(\leq T)$における公正な価格とは、条件付き期待値$\mathbb{E}_{\mathbb{Q}}\left[D_{t,T}(S_T-K)^{+}|\mathcal{F}_t\right]$で定義される（定義 4.2)。ここまでの議論を活用し、これの明治公式を導出するに至った（Formula 4.5、Formula 4.6)。

[2]　今後の研究計画

今後の研究の方向性について、３つの考えを持っている。

1. 確率論の研究について、修士論文のテーマに選んだレヴィ過程論に一点集中するのではなく、ラフパス理論やフラクタルなど違う領域にも挑戦し、確率論全体を概観する力を手に入れたいと考える。
2. 共創科目に関して、今回修士論文で取り組んだブラック・ショールズモデルのジャンプを考慮する方向性での一般化、更には GARCH モデルなどボラティリティを条件付き期待値と想定して、時系列モデルとして分析する手法など私の研究との共通項を垣間見える。これを踏まえ、ファイナンスの確率論的側面と経済学的側面を合わせた論文執筆を最大の目標とし設定し、シミュレーション・ライクなポジションで研究していく。
3. 直近の研究計画として、確率過程と偏微分作用その関連に取り組む。これは一種の修士論文の内容の続きであり、ヨーロピアンコールオプションの価格は偏微分方程式の境界値問題としても書ける。これは株価過程Sが伊藤の拡散過程のときだけでなく、ジャンプを含んでいても同様であり、今回修士論文で取り扱ったSのモデルに対しても成り立つことを議論していく。

弘中 祐希

Prelims 予稿

数理学系博士前期 2 年
2MI21008E 弘中祐希

修士論文の概要

Hénon 写像は, カオス研究の端緒となった Lorenz 方程式 の Poincaré 断面を代数的に単純化したものであり [H], 2 次元非線型力学系の非自明で最も単純なものとして重要である. Hénon 写像は次のように書き表される:

$$f_{a,b}:\mathbb{R}^2\ni(a,b)\mapsto(x^2-a-by,x)\in\mathbb{R}^2,\ (a,b)\in\mathbb{R}\times\mathbb{R}^{\times}.$$

Hénon 写像の非遊走点全体の集合を $\Omega(f_{a,b})$ とおく. $f_{a,b}:\Omega(f_{a,b})\to\Omega(f_{a,b})$ が双曲的かつフル 2-シフトと位相共役であるとき $f_{a,b}$ は双曲的 horseshoe であると呼ぶ. このとき, パラメーター空間 $\mathbb{R}\times\mathbb{R}^{\times}$ 内の領域 $\mathcal{H}_{\mathbb{R}}$ を次で定める:

$$\mathcal{H}_{\mathbb{R}}=\{(a,b)\in\mathbb{R}\times\mathbb{R}^{\times}\mid f_{a,b}\text{ は双曲的 horseshoe }\}.$$

領域 $\mathcal{H}_{\mathbb{R}}$ を horseshoe locus という. 本研究ではパラメーター (a,b) は $\mathcal{H}_{\mathbb{R}}$ の境界に十分に近いものとする.

本研究では, $b>0$ と $b<0$ のそれぞれの場合について Hénon 写像の定義域 $\mathbb{R}^2$ 内に L 領域および R 領域を構成した. そして, 2 つの記号 L, R による記号力学系を考え, Hénon 写像の分岐現象を次の主定理 1 のように分類した. ただし, $f_{a,b}:\Omega(f_{a,b})\to\Omega(f_{a,b})$ の位相的エントロピーを $h_{\mathrm{top}}(f_{a,b})$ と書く. また, 記号列の太字は第 0 成分を表し, 上線は記号の循環を表す.

主定理 1. $b\neq 0$ は任意とする.

$b>0$ の場合. 記号列 $\overline{\mathrm{R}}\mathrm{L}\mathbf{L}\overline{\mathrm{R}}$ を持つ点は高々 2 個存在する. さらに, この記号列を持つ点の個数によって, Hénon 写像の振る舞いは次のように分類される.

(i$^+$) 記号列 $\overline{\mathrm{R}}\mathrm{L}\mathbf{L}\overline{\mathrm{R}}$ を持つ点がちょうど 2 個存在するとき, $f_{a,b}$ は双曲的 horseshoe.

(ii$^+$) 記号列 $\overline{\mathrm{R}}\mathrm{L}\mathbf{L}\overline{\mathrm{R}}$ を持つ点がちょうど 1 個存在するとき, $f_{a,b}$ はホモクリニック・ヘテロクリニック接触を持つが, $h_{\mathrm{top}}(f_{a,b})=\log 2$.

(iii$^+$) 記号列 $\overline{\mathrm{R}}\mathrm{L}\mathbf{L}\overline{\mathrm{R}}$ を持つ点が 0 個のとき, $h_{\mathrm{top}}(f_{a,b})<\log 2$.

$b<0$ の場合. 記号列 $\overline{\mathrm{L}}\mathrm{RR}\mathbf{L}\overline{\mathrm{R}}$ を持つ点は高々 4 個存在する. さらに, この記号列を持つ点の個数によって, Hénon 写像の振る舞いは次のように分類される.

(i$^-$) 記号列 $\overline{\mathrm{L}}\mathrm{RR}\mathbf{L}\overline{\mathrm{R}}$ を持つ点がちょうど 4 個存在するとき, $f_{a,b}$ は双曲的 horseshoe.

(ii$^-$) 記号列 $\overline{\mathrm{L}}\mathrm{RR}\mathbf{L}\overline{\mathrm{R}}$ を持つ点がちょうど 3 個存在するとき, $f_{a,b}$ はホモクリニック・ヘテロクリニック接触を持つが, $h_{\mathrm{top}}(f)=\log 2$.

(iii$^-$) 記号列 $\overline{\mathrm{L}}\mathrm{RR}\mathbf{L}\overline{\mathrm{R}}$ を持つ点が 2 個以下のとき, $h_{\mathrm{top}}(f_{a,b})<\log 2$. □

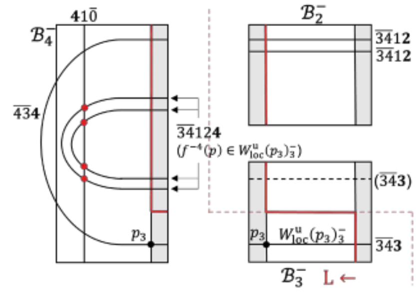


図 1 $\{\mathrm{L},\mathrm{R}\}$-分割 ($b<0$ の場合)

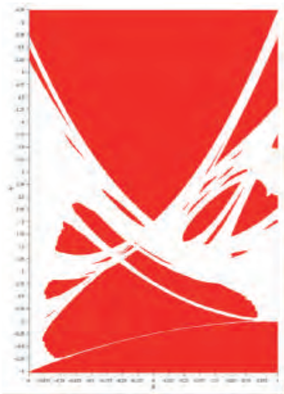


図 2 Uniformly hyperbolic plateaus
([A] より引用, 横軸は b 軸で縦軸は a 軸)

さらに, 次の主定理 2 を示した.

主定理 2. $b \neq 0$ は任意とする. $\Sigma_2 = \{\alpha, \beta\}^{\mathbb{Z}}$ とおく.

$b>0$ の場合. 主定理 1 (ii$^+$) の場合において, $f_{a,b} : \Omega(f_{a,b}) \to \Omega(f_{a,b})$ は $\Sigma_2/\!\sim$ 上のシフト写像 σ と位相共役になる. ここで, $\sim$ は $\sigma^n(\overline{\alpha}\beta\boldsymbol{\alpha}\beta\overline{\alpha}) \sim \sigma^n(\overline{\alpha}\beta\boldsymbol{\beta}\beta\overline{\alpha})$, $n \in \mathbb{Z}$ で生成される Σ_2 上の同値関係を表す.

$b<0$ の場合. 主定理 1 (ii$^-$) の場合において, $f_{a,b} : \Omega(f_{a,b}) \to \Omega(f_{a,b})$ は $\Sigma_2/\!\sim$ 上のシフト写像 σ と位相共役になる. ここで, $\sim$ は $\sigma^n(\overline{\beta}\alpha\boldsymbol{\alpha}\beta\overline{\alpha}) \sim \sigma^n(\overline{\beta}\alpha\boldsymbol{\beta}\beta\overline{\alpha})$, $n \in \mathbb{Z}$ で生成される Σ_2 上の同値関係を表す. □

主定理 1 および主定理 2 は, それぞれ E. Bedford と J. Smillie が [BS$_{\mathbb{C}}$3] で示した正で 0 に十分に近い b に対する Theorem 1 および Theorem 2 の, 任意の $b \neq 0$ への拡張となっている. 主定理 1 の証明の際には [AI] で構成された分割を使用した. しかし, [BS$_{\mathbb{C}}$3] の手法をそのまま適用としてもうまくいかなかった. [AI] の分割の細分を考えることでこの問題を回避した. 主定理 2 は $\{\alpha, \beta\}$-分割を構成することで証明した.

今後 3 年間の活動の方向と到達目標

$f_{a,b}|_{\Omega(f_{a,b})}$ は, 一様双曲的ならばフルシフトの一般化である有限型サブシフトと位相共役となることが知られている. 図 2 の色をつけた部分は $f_{a,b}|_{\Omega(f_{a,b})}$ が一様双曲的となるような (a,b) の全体を表している. $b>0$ または $b<0$ のいずれか一方に着目すると, 異なる連結成分は異なるサブシフトに対応しており, 上部の最も大きな連結成分が 2-フルシフトに対応している. 今後 3 年間では, $f_{a,b}|_{\Omega(f_{a,b})}$ がフルシフト以外の有限型サブシフトと位相共役となるいくつかの場合に対して力学系の振る舞いを調べたい. 具体的には, 主定理 1 および主定理 2 に類似した方法で Hénon 写像の分岐現象を分類したい.

今後の研究の流れは以下のようになることが想定される. ただし, 以下ではある有限型サブシフトに着目し, パラメーターは $f_{a,b}|_{\Omega(f_{a,b})}$ が一様双曲的かつその有限型サブシフトであるような (a,b) の全体からなる集合の十分近くにあるものとする.

1. Arai–Ishii の構成した分割に対応する, 有限個の box による分割を構成する.
2. $\{\mathrm{L}, \mathrm{R}\}$-分割に対応する, box の個数以下の有限個の領域による分割を構成する.
3. 上で構成した 2 つの分割による coding を対応させることにより, 主定理 1 に類似した主張を示す.
4. $\{\alpha, \beta\}$-分割に対応する分割を構成して, 主定理 2 に類似した主張を示す.

上記の 1. においては計算機を用いた精度保証計算を用いる. この部分は今後の研究で最も大きな困難であると予想される. これまでの研究において, [BS$_{\mathbb{C}}$3] の手法を適用することができないという問題を回避するために用いた, box の細分を利用するという手法は, 2. や 3. においても有用であると思われる. Box の細分を構成する際にも精度保証計算が必要になるであろう. その他 2. や 3. で必要となるいくつかの補題を示すのにも精度保証計算が必要になると思われる.

これまでの研究においては, $\{\mathrm{L}, \mathrm{R}\}$-分割や $\{\alpha, \beta\}$-分割を図示すると [BS$_{\mathbb{C}}$3] における対応する分割と比べてかなり複雑なものとなった. 今後においては box の数も増え, 分割もさらに複雑になると思われる. そのため, これまでに用いた手法や安定多様体・不安定多様体の配置について改めて理解したうえで研究を進めていきたい. 余裕があれば, 安定多様体・不安定多様体の配置について構造の把握にも挑戦したい. このことは, 将来的に本研究をさらに発展させたり, 証明を自動化したりするうえで有用になると思われる.

数学創発モデリングにおける活動計画

S. Pogolotti, S. Krishna と M. H. Jensen は [PKJ] において, 単一の負のフィードバックループにおいて, 各因子の極大・極小の順番から, 因子間の促進・抑制の関係を推定する次のアルゴリズムを構成した. このアルゴリズムは記号力学系を用いて裏付けがなされる.

1. 各因子の極大・極小を時系列順に並べる.
2. 1. で得られたリストが周期的かつ, 各因子の極大・極小が 1 周期に 1 度のみ現れるならば, 促進・抑制の関係はループをなす. もしそうでなければ単一の負のフィードバックループであるという仮定に反する.
3. $+/-$ の記号の組による記号力学系を構成する. ただし $+$ は増加を表し $-$ は減少を表す.
4. 記号力学系が非周期的ならば仮定に反する. 周期的なら, ある 2 つの因子に着目するとその因子間の促進・抑制の関係がわかる.
5. 各因子に対して同様の手順を繰り返す. もし途中で矛盾が生じれば仮定に反する.
6. 抑制因子の数が偶数ならば仮定に反する.

本研究ではこの先行研究における, 単一の負のフィードバックという仮定を緩和して, 促進・抑制の関係を推定するアルゴリズムの構成をめざす. 食物連鎖のネットワークや, 遺伝子制御ネットワークなど生物学に現れるネットワークの推定に応用する.

参考文献

[A] Z. Arai, *On Hyperbolic Plateaus of the Hénon Maps.* Experiment. Math. **16** (2007), no. 2, 181–188.

[AI] Z. Arai, Y. Ishii, *On parameter loci of the Hénon family.* Commun. Math. Phys. **361** (2018), no. 2, 343–414.

[BS$_{\mathbb{C}}$3] E. Bedford, J. Smillie, *A symbolic charactorization of the horseshoe locus in the Hénon family.*

Ergodic Theory Dynam. Systems **37** (2017), no. 5, 1389–1412.

[H] M. Hénon, *A two-dimensional mapping with a strange attractor.* Commun. Math. Phys. **50**(1) (1976), 69–77.

[PKJ] S. Pogolotti, S. Krishna, M. H. Jensen, *Oscillation patterns in negative feedback loops.* PNAS. **104** (2007), 6533–6537

吉住 崚

Prelims 予稿

九州大学マス･フォア･イノベーション連係学府　2MI21009K 吉住 崚

(1) 修士論文の概要

本修士論文は [1], [2] で紹介された SIDH への多項式時間攻撃に関してのサーベイである. SIDH とは [?] で提案された超特異楕円曲線を用いた鍵交換方式であり, 具体的には Alice と Bob という二人の人間があらかじめ公開された超特異楕円曲線に対し, それぞれが秘密に定めた点により楕円曲線を割ることで最終的に超特異楕円曲線を共有するというものである. この方式はねじれ点付き同種写像問題という問題の困難性に基づいて安全だと考えれてていたが, 上で述べた論文等によりそれらは多項式時間で解けることがわかった.

本修士論文では, まず初めに超楕円曲線や主偏極付きアーベル多様体などの基本的な理論を紹介し, また攻撃の中で用いられる定理の紹介をした. その後, SIDH の内容を述べたあと, SIDH への攻撃に関して自己準同型に関する情報がある場合の 2 次元の攻撃と一般の場合の 8 次元の場合に関して書いた. また, 暗号理論への関連として楕円曲線や主偏極付きアーベル多様体が与えるグラフに関する話も書いた.

(2) 本プログラムにおける今後 3 年間の活動の方向と到達目標

はじめに本プログラムの共創モデリングに関して, 現在システム情報学府の木村先生とともに研究している数理最適化, とくに整数計画問題を引き続き取り組んでいきたいと考えている. 具体的には現在考えているメディアン演算での閉性と 2 変数の表示可能性との同値性の問題の解決や, それに続く議論を行いたいと考えている.

また専門として暗号理論, 特に楕円曲線やアーベル多様体を用いた暗号を中心とした理論を研究していきたいと考えている. 具体的には, CSIDH などで用いられている因子類群の超特異楕円曲線の同型類への群作用に関連する数学の理論や計算量の理論に興味があるためそれらを研究していきたい. また, 超特異楕円曲線を高次元化した主偏極付き超特殊アーベル多様体やそれらがなすグラフの構造なども現在研究されており, それらにも興味があるため研究を行いたいと考えている.

1

参考文献

[1] Wouter Castryck and Thomas Decru. An efficient key recovery attack on sidh (preliminary version). Cryptology ePrint Archive, Paper 2022/975, 2022. https://eprint.iacr.org/2022/975.

[2] Damien Robert. Breaking sidh in polynomial time. Cryptology ePrint Archive, Paper 2022/1038, 2022. https://eprint.iacr.org/2022/1038.

新垣 翔太

卓越連係学府博士後期課程 Prelims 予稿

九州大学
大学院マス・フォア・イノベーション連係学府
博士前期課程 2 年 新垣翔太

1 修士論文の概要

1.1 背景

量子プログラムを実用するにあたってはハードウェアに依存しない一般化した記述が可能であることが必要であり，また量子アルゴリズムにおいては量子計算のみならず古典計算や手続き的処理との協働が，コンピューティングシステムとして実際に稼動させるためには必要となる．

また高レベル量子プログラミング言語の実現にあたっては，実行可能性や最適化が問題となる．量子ビットは複製が不可能であることから古典コンピュータにおけるメモリのように計算途中の状態を退避することは難しく，ハードウェアで扱える量子ビットの数によりプログラムが直接の制約を受ける他，誤り訂正機能の無い量子計算機での計算においてはエラーを考慮に入れた確率的解釈などを行う必要がある．このため回路の最適化による必要な量子ビット数の削減やハードウェア上での実行可能性およびプログラムの分割の検討などのために言語の意味論および言語処理系からのアプローチが必要である．

すなわち，量子コンピュータの実用にあたっては高レベルかつ古典量子ハイブリッドの記述が可能な言語および最適化等を考慮した言語処理系の実現は重要な課題である．

修士論文における研究ではこのような言語の実現に向けて，その基礎となるラムダ計算を基礎とする古典量子ハイブリッド言語の検討とその言語処理系の実装に取り組んだ．

1.2 先行研究

1.2.1 量子ラムダ計算

ラムダ計算はチューリング完全な形式的な代数モデルでありプログラミング言語としても扱えることから，古典における計算論やプログラム意味論において重要なモデルとして知られる．van Tonder [5] は古典計算におけるラムダ計算に非線形な項および抽象を加えることで量子計算に拡張し，量子計算においてもラムダ計算がモデルとして有用であることを示した．Selinger and Valiron [3] は観測と初期化を古典的制御として導入した体系が直観主義線形論理によるアフィン型で型付けられることを示し，Curry-Howard 対応に基づいた計算論の取り組みを量子計算に発展させた．

1.2.2 様相論理による型付きラムダ計算

Davies[1] による $\lambda^{\bigcirc}$ は Curry-Howard 対応により線形時相論理における次の時刻を表す時相演算子 $\bigcirc$ を導入した型システムによりラムダ計

算において項が構成可能な時刻を表現することで段階計算が記述できることを示した．Davies and Pfenning[2] による $\lambda^{\Box}$ は様相論理の S4 と呼ばれる体系における必然様相 $\Box$ を用いて生成されるコードが常に実行可能な項であることを表わせメタプログラムの実行可能性を記述できることを示した．Yuse and Igarashi [7] による $\lambda^{\bigcirc\Box}$ はこの両方を部分体系として含むように整理されたものである．

Taha and Nielsen [4] による λ^{α} は $\lambda^{\bigcirc}$ を多相の時相論理として拡張して型環境の区別を取り入れた体系であり，Tsukada and Igarashi [6] による $\lambda^{\triangleright}$ はこれを整理したものである．

1.3　修士論文における取り組み

古典と量子との協働を段階的に実行されるメタプログラムとして捉え，先行研究である古典ラムダ計算におけるメタプログラミングの記述が古典量子ハイブリッドプログラムの記述に応用する手法を提案した．

これを基に Tsukada and Igarashi [6] により提案された $\lambda^{\triangleright}$ によって古典量子ハイブリッド計算を記述できることを示し，またこの体系に基く関数型プログラミング言語を構成して，その言語処理系の実装に取り組んで実現に向けた課題について検討した．

1.4　修士論文での成果

修士論文では高レベル古典量子ハイブリッドプログラムの記述に良い性質を持った手法が新たに示せた．また実現に向けた課題について解決法を検討し，今後の研究方針を示した．

1.5　課題と今後の展望

今後の課題として言語の意味論の検討，言語の構文の検討，言語処理系の実装へ向けた検討がある．

言語の意味論については，再帰構造を持つプログラムの記述が課題となる．これについては可能性様相を用いた決定不可能性の表現などが解決に有用であると期待できる．また先行研究で用いられている正格評価は量子計算の性質になじまないから，用いる評価順序についても議論の余地がある．

言語の構文に関して，修士論文ではキーワードの前置により項を修飾する方法を用いた．この方法には直観的な認識が難しいなどの問題がある．この代わりとして，括弧などの範囲を明示する記号によるマークアップと束縛時に修飾を与える手法の二つが検討できる．今後，意味論も踏まえて議論を行う．

処理系の実装に関して，修士論文では意味解析やコード生成といった実際の処理系で重要な部分には取り組まなかった．今後はシミュレータを対象としたコード生成を可能とすることを目標として，最適化や名前解決といった実用に必要な機能についても議論を続ける．

2　博士後期課程の活動方針と目標

2.1　修士論文で残された課題

修士論文においては新たな古典量子ハイブリッドプログラムの記述のための手法を提案したが，その処理系における意味付けの実装などを今後の課題として残した．博士後期課程においてはまずこれらに取り組み，修士論文において提案した手法を発表可能な形にまとめることを目指す．

2.2　計算体系の検討

様相論理など量子計算の性質を表現可能な形式論理体系について検討を進め，その構成に取り組む．また先行研究における様相論理

による段階計算の意味付けについての Kripke Semantics について特に古典量子ハイブリッド計算への応用に向けた議論を深める．モデリング科目の一環としてマス・フォア・インダストリ研究所の Găină 先生と修士論文における研究で得たフィードバックや量子論理に関するセミナーを行い，量子計算やそれと関連する論理体系に関する議論を行う．

これらを踏まえ，最終的に分割可能な古典量子ハイブリッド計算のための体系とその意味論についてまとめる．

2.3 博士後期課程における目標

博士後期課程における研究目標として，実用可能な古典量子ハイブリッドプログラミング言語の実装を目指す．先の二つの取り組みを踏まえ，まずは分割実行を考慮した古典量子ハイブリッド計算の記述体系を整理する．その後に移植性等を踏まえて検討した上で量子計算のコード生成器について取り組み，その言語処理系を実装することに取り組む．現時点では，量子計算のためのハードウェアおよびその記述のための中間言語が発展途上であるから，特にシミュレータを対象とし，プログラムの実行による実験が可能となることを目指す．

また処理系の実装に対する取り組みをもとに，そこで生じる困難を踏まえて量子中間表現や最適化への貢献を行うことも目指す．

参考文献

[1] Davies, R. “A Temporal Logic Approach to Binding-Time Analysis”. In: *Journal of the ACM (JACM)* 64 (1 2017). ISSN: 1557735X. DOI: 10.1145/3011069. URL: https://dl.acm.org/doi/abs/10.1145/3011069.

[2] Davies, R. and Pfenning, F. “A modal analysis of staged computation”. In: *Journal of the ACM* 48 (3 2001), pp. 555–604. ISSN: 00045411. DOI: 10.1145/382780.382785.

[3] Selinger, P. and Valiron, B. “A Lambda Calculus for Quantum Computation with Classical Control”. In: *Lecture Notes in Computer Science* 3461 (2005), pp. 354–368. ISSN: 03029743. DOI: 10.1007/11417170_26. URL: https://link.springer.com/chapter/10.1007/11417170_26.

[4] Taha, W. and Nielsen, M. F. “Environment classifiers”. In: *ACM SIGPLAN Notices* 38 (1 2003), pp. 26–37. ISSN: 03621340. DOI: 10.1145/640128.604134.

[5] Tonder, A. van. “A Lambda Calculus for Quantum Computation”. In: *SIAM Journal on Computing* 33 (5 2004), pp. 1109–1135. ISSN: 0097-5397. DOI: 10.1137/S0097539703432165. URL: http://epubs.siam.org/doi/10.1137/S0097539703432165.

[6] Tsukada, T. and Igarashi, A. “A Logical Foundation for Environment Classifiers”. In: *Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics)* 5608 LNCS (2009), pp. 341–355. ISSN: 03029743. DOI: 10.1007/978-3-642-02273-9_25. URL: https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-642-02273-9_25.

[7] Yuse, Y. and Igarashi, A. “A Modal Type System for Multi-Level Generating Extensions with Persistent Code”. In: *Proceedings of the 8th ACM SIGPLAN symposium on Principles and practice of declarative programming - PPDP ’06* (2006). DOI: 10.1145/1140335.

成 卓宇

Blackbox Optimization for Approximately Linear Functions

Abstract

ZhuoYu Cheng, Joint Graduate School of Mathematics for Innovation

Blackbox optimization is a discipline in optimization where no information about the objective function is available, except for the function values at the query points, which can be adaptively chosen by the algorithm. This models a wide range of problems such as hyperparameter optimization in machine learning, material formulation optimization in material science, and fertilizer optimization in biology.

For linear objective functions with noisy feedback, the problem is known as "pure exploration (a.k.a. best-arm identification) [1] in linear bandits" and a convergence rate of $O(\frac{1}{T})$ is established, where T is the number of queries. For convex objective functions, we can apply any method of bandit convex optimization[2] and achieve a convergence rate of $O(\frac{1}{T^{1/4}})$. For non-convex objective functions, the problem is generally impossible to solve, but under a certain condition on the smoothness of the objective function, the Bayesian optimization with Gaussian process works well with theoretically guaranteed convergence rate.

The insurance of results between different object functions and different input spaces are stated as follows.

	Linear function+ stochastic noise	Convex function	ϵ-approximately linear function
Finite input set	$\frac{1}{T}$	$\frac{1}{\sqrt{T}}$	$\left(\sqrt{\frac{1}{T}+\epsilon}\right)+$ $\epsilon(d+4)$
Convex input set	$\frac{1}{T}$	$\frac{1}{T^{1/4}}$	-

From the table above, we can know that for ϵ-approximately linear function, the research about blackbox optimization problem is rare, especially in convex input

set.

In this paper, we investigate the blackbox optimization for non-convex non-smooth objective functions with convex input set, where no methodologies proposed so far seem to work. In particular, we consider ϵ-approximately linear objective functions, which is defined as the sum of a linear function and an arbitrary noise function σ that satisfies $|\sigma| \leq \epsilon$ for any point x in the domain. There exists an algorithm[3] that can insure the upper bound $O\left(\sqrt{\frac{1}{T}+\epsilon}\right)+\epsilon(d+4)$ and lower bound 2ϵ in ϵ-approximately linear function, where d is the dimensions of input spaces. However, it works for a finite input set, and the upper bound $O\left(\sqrt{\frac{1}{T}+\epsilon}\right)+\epsilon(d+4)$ can not converges to the lower bound 2ϵ. There is a large gap between them. We apply an existing method for bandit convex optimization(called the FKM algorithm) [4] and prove a convergence rate of $O\left(\frac{1}{T^{\frac{1}{4}}}\right)+2\epsilon$. We also give a matching lower bound of 2ϵ. From the upper bound and lower bound, we can see that when T becomes exponentially large(infinity), the upper bound converges to the lower bound.

References

[1] Elad Hazan et al. Introduction to online convex optimization. Foundations and Trends® in Optimization, 2(3-4):45–114, 2016.
[2] Sébastien Bubeck. Theory of convex optimization for machine learning. arXiv preprint arXiv:1405.4980, 15, 2014.
[3] Taira, Takimoto and Hatano. Black-box optimization for linearly approximately functions on the generalized set of permutations. K pages 1–40, 2020.
[4]Abraham D Flaxman, Adam Tauman Kalai, and H Brendan McMahan. Online convex optimization in the bandit setting: gradient descent without a gradient. arXiv preprint cs/0408007, 2004.

Research plan

There is still some improvement in this study.

1. Firstly, for ϵ-approximately linear function, we hope to improve the upper bound from $O\left(\frac{1}{T^{\frac{1}{4}}}\right) + 2\epsilon$ to $O\left(\frac{1}{\sqrt{T}}\right) + 2\epsilon$.
2. Besides, we consider to change the objective function from ϵ-approximately linear function to ϵ-approximately convex function. So it is more general to apply to more situations.

Blackbox optimization for nonconvex nonsmooth objective functions still has a lot to investigate and study. Since it can be applied to many fields such as material science, biology, and simulating system. I think it is valuable to research this theme. Moreover, I am also interested in bandit problem. It is similar to blackbox optimization and has many practical applications such as recommended applications and medical studies.

For my PH.D., the first topic is continuing my master's thesis, as I mentioned in the above two points. After that, since for non-convex functions, the research in this area is rare and full of challenges. I want to explore more about the possibilities of nonconvex functions in blackbox optimization problems. And the objective functions of many real problems are not regular, they usually are not convex and have noise feedback. So it is valuable to study and research this topic. I hope I can make some contribution in this direction.

黄 一然

母親の文化資本が子どもの学力や学校選択に与える影響

連係学府経済学系 修士課程 2 年 黄一然

1. 研究の動機と目的

教育は社会移動が生じる重要なファクターの一つである。これまで多くの研究が、出身家庭の養育環境や親の社会経済的地位が、子どもの学力や職業と関連していることが明らかにしてきた（Sewell and Hauser, 1975; Biblarz and Raftery, 1999; Bodovski and Farkas, 2008）。

親は子どもに対して、経済的な手段を用いて、教育・文化活動など様々な投資を行う。このことで、子どもは経済資本や社会関係資本を身につけるが、それとともに、文化資本も身につけることになる。文化資本とは、社会や市場経済において、資本として一定の収益をあげうることを期待できる文化的な「能力」を意味する概念である（Bourdieu, 1973）。

これまで様々な研究が、子どもの学力や進学行動に対する家庭の文化資本の効果を分析しており、いくつかの研究は、様々な文化資本が親から子どもへと引き継がれるプロセス（文化的再生産）を通じて、教育達成における格差の固定化がもたらされる点を指摘してきた（片岡, 2001; 橘木・松浦, 2009; 橘木・八木, 2009; 渡辺, 2022）。

これら多くの先行研究が、世帯の様々な文化資本が子どもの学力や進学に影響を及ぼしている点を示唆しているが、その中でも注目されるのが、家族での美術館・博物館鑑賞や音楽鑑賞をハビトゥスとすることで身につくとされる芸術文化資本の役割である。一般に、芸術文化資本は、多くの場合、学校の教育カリキュラムや受験科目で必要とされる能力そのものを直接高める効果はほとんど有していない。しかし、芸術文化資本は、学校や社会が期待する社会的な振る舞い・マナー・会話・教養を身につけることなどを通じて、学校や社会からの子どもに対する評価や子どもの生産性を高め、結果的に、子どもの学力・進学行動にポジティブな影響を及ぼすと考えられる。

本研究では、上記の問題意識をもとに、子どもを持つ母親を対象としたベネッセ教育総合研究所による「第 2 回学校外教育活動に関する調査, 2013」の個票データ（N＝16,480）を用いて、母親自身の芸術に対する関心や実際の経験と、子どもに対する芸術関連の教育への期待をもとに「身体化された文化資本」（芸術文化資本）の水準を示す潜在変数を構築し、この変数が他の重要な変数（世帯年収・母親自身の学歴、母親の一般的な教育期待・教育投資の水準など）を制御したうえで、子どもの学力や学校選択とどのように関連しているかを検証する。また、分析結果に基づき、学校での教育達成における子ども間の格差を解消する上で芸術文化資本がどのような役割をはたしうるかについて考察する。

2. 検証仮説と変数の基本統計量

本研究では、先述の問題意識にしたがい、以下の三つの検証仮説を提示したうえで計量モデルを構築し、分析を行うものとする。

(i) 母親の芸術文化資本の水準や子どもとの音楽・美術鑑賞は、子どもの学力と小・中学校の私立学校への選択に有意に正の影響がある。

(ii) 母親の芸術文化資本の水準や子どもとの音楽・美術鑑賞は、学歴差のある母親のもとで生まれた子どもの間に生じている学力差を縮小させる。

(iii) 母親の芸術文化資本の水準や子どもとの音楽・美術鑑賞は、学歴差のある母親のもとで生まれた子どもの間に生じている私立学校への進学の差を縮小させる。

また、本研究では、主に共分散構造方程式モデルを用いてデータ分析を行う。共分散構造分析では、変数間の関係性を示すため、パス図が使用される。以下は使用される変数の基本統計量になる。

表 1　使用変数の基本統計量

変数名称	平均値	標準偏差	最小値	最大値
母親の絵画音楽趣味	3.905	0.806	1	5
文化系部活の経験	0.412	0.492	0	1
芸術教育期待	2.038	2.051	0	5
子どもとの鑑賞活動	0.347	0.476	0	1
母親の学歴	0.274	0.446	0	1
世帯年収	1.970	0.635	1	3
教育期待	0.685	0.465	0	1
塾	0.188	0.391	0	1
子どもの学力	2.372	0.754	1	3
私立小学校選択	0.024	0.152	0	1
私立中学校選択	0.131	0.338	0	1

3.　主要な分析結果

（1）　　母親の学歴と鑑賞活動の効果

母親の学歴が大卒・大学院卒かそうでないかによって、母親の子どもに対する教育期待、塾への教育投資、子どもの学力、小学校での私立進学、中学校での私立進学でそれぞれどのような違いが見られるかを平均値の差の t 検定によって検証した結果は以下のとおりである。

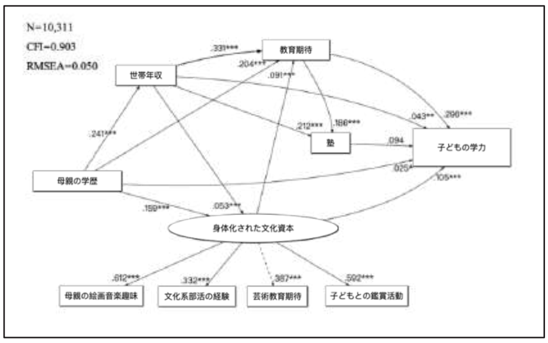
第一に、大卒・大学院卒とその他の学歴の母親を比べると、各変数の平均値について顕著な差が存在している。すなわち、母親が高学歴の方が、子どもに対する教育期待が高く、塾への教育投資を行い、子どもの学力が高く、小学校・中学校の学校選択において子どもを私立学校に通わせている。

第二に、子どもとのハイブローアクティビティ（芸術関連の鑑賞活動）をしない大卒・大学院卒の母親と鑑賞活動をする中卒・高卒・短大・高専卒の母親を比較した結果を参照すると、教育期待や子どもの学力の格差は縮小している。そして、通塾の変数と小学校の私立選択に対しては、むしろ符号が逆転し、かつ統計的に有意な差があることがわかる。

（2）　　構造方程式モデルの結果

子どもの学力をアウトカム変数としたとき、「塾」変数を除き「母親の学歴」・「教育期待」・「世帯年収」・「身体化された文化資本」の各変数は、全て直接に有意に正の影響を持っていた。

推定結果のパス図（アウトカム：子どもの学力）



注：P 値<0.001 は***; P 値<0.01 は**; P 値<0.05 は*; P 値<0.1 は+ 。

4.　おわりに

これまでの主な分析結果をまとめると、以下のように要約することができる。

第一に、子どもの学力を計量分析のアウトカム変数にした場合、「母親の教育期待」からの影響が最も強く、すべてのパス係数は有意に正であった。また、「母親の学歴」が子どもの学力に及ぼす効果の約 21.8%は、「身体化された文化資本」を媒介として作用していた。母親の教育期待が強いと、子どもへの金銭的投資や時間的投資は多くなり、子どもの学力にプラスの影響をもたらすと考えられる。

第二に、子どもの私立学校への進学を計量分析のアウトカム変数にした場合、世帯年収からの影響が最も強いが、「身体化された文化資本」の変数も私立小学校の選択については、有意に正の効果を持っていた。一方で、母親の学歴は直接的には有意ではなかった。ただし、母親の学歴は、「身体化された文化資本」を媒介として「子どもの私立小学校への進学」に一定の影響を及ぼしている。

これらの分析結果を踏まえると、芸術関連の「身体化された文化資本」は、子どもの学力や私立学校への小学校段階での早期の進学格差に影響を及ぼしている点が示唆される。子どもの学力や私立学校の選択に芸術関連の文化資本が一定の影響を与えているという結果は、社会階層の高い集団が、子どもたちに教育・文化関連の教育投資を行い、文化資本を再生産することで、自身の集団の地位を保つ傾向があることを示唆しており、ウェーバーやブルデューらの理論を実証したものとして解釈できる。ただし、母親の学歴など「制度化された文化資本」の水準が大きくないケースでも、芸術関連の「身体化された文化資本」は子どもの学力や私立学校への進学にポジティブな影響を与えうる点が注目される。すなわち、子ども期における芸術の鑑賞活動を通じた文化資本の蓄積は、大卒・大学院卒の母親の子どもとそれ以外の母親の子どもの間に生じている平均的な学力差の縮小に一定の役割を果たす可能性がある。「身体化された文化資本の蓄積」は、様々な社会階層にとって有益であることから、様々なバックグラウンドを持つ世帯に対して、芸術に対する関心を高め、子どもの芸術･文化活動を支援する制度的な枠組みの構築が期待される。

最後に本研究の残された課題について述べたい。第一に、本研究で用いたアンケート調査の質問票からは、子どもの性別に関する情報が収集できないため、男の子と女の子に分類した形で計量分析を行うことができなかった。今後、性別に関する情報が把握できるデータを使うことにより、芸術関連の文化資本を媒介とした学歴の再生産が主にどちらの性別において生じているかを検証する必要がある。第二に、子どもの学力に関する変数は、母親の主観的な報告に基づいて作成したものであり、「学校でのテストの成績」「学校での通知表の成績」のような子どもの客観的な学力に基づいた変数ではない点に注意する必要がある。今後の研究では、OECD の PISA の個票データなどを使用することにより、出身家庭の文化資本と子どもの学力との関係についての分析をさらにアップデートする必要がある。

第三に、近年はインターネットの普及により、デジタル・ミュージアムなどの新しい鑑賞方式が出している。このような技術の進歩は、「身体化された文化資本」の蓄積を従来と比べて容易にするものと考えられる。経済社会の発展が、「身体化された文化資本」の蓄積プロセスに与える影響についても検証を進める必要がある。

5. Preliminary Thesis Exam Abstracts

程 宇中

テーマ

1. 研究の背景・過程・今後の戦略

My research during the first two years of the doctorate course focuses on parameter estimation for stochastic differential equations. The topic of parameter estimation for stochastic differential equations (SDEs) involves finding the values of the parameters in the SDE model that best fit the observed data. This is important for many applications, such as financial modeling, population dynamics, and engineering systems, movement ecology, where the behavior of a system can be described by an SDE. In my research, I consider two kinds of problems in the direction of parameter estimation of SDEs. The first one is about Asymptotic properties for Local linear approximation for Levy-driven SDES. The second one is about parameter estimation on switching SDEs. These two studies are both motivated by the application of SDE models in the field of movement ecology. Movement ecology is a branch of ecology that studies the movement patterns of animals and their underlying mechanisms. Let me describe how the SDE models appear in movement ecology. Movement data often contains random fluctuations and unpredictable changes in direction, which can be difficult to model using deterministic models. SDEs provide a way to incorporate this randomness into the model by modeling the moving process as a stochastic process. The movement of an individual can be modeled by a stochastic differential equation and the solution of the stochastic differential equation represents the dynamic of the position of the individual. Usually, the position is a two-dimensional vector, one dimension is the longitude, and another dimension is the latitude.

In the first study, we investigate the asymptotic properties, such as consistency and asymptotic normality, of the Maximum Gaussian quasi-likelihood estimator based on Local linear approximation. This study stems from a previous comparative analysis of various approximation methods for a movement SDE model. The previous study evaluated the performance of four different estimation methods: the widely used Euler-Maruyama approximation method, the local linear approximation method, the theoretically optimal Kessler approximation method, and the exact algorithm Monte Carlo EM method. The results showed that the Kessler method was less stable than the Local linear method for estimating the covariance matrix. Given that the Kessler method is known to provide optimal estimation for diffusion parameters, this motivated us to further analyze the performance of the Local linear method from a theoretical aspect. The aim of this study is to see the asymptotic behavior of the Local linear approximation method through a theoretical study. The model is a multidimensional Levy-driven SDE with parameters that appear in the drift and diffusion coefficients. We apply the Gaussian quasi-likelihood approach to construct estimators. First, we define two estimating functions through the Euler-Maruyama approximation, one of them with scale information, and another without. Based on these two estimating functions we can obtain two initial estimators and their asymptotic properties. Next, we can define the Gaussian quasi-likelihood function based on the Local linear approximation. The conditional mean and conditional variance inside the Gaussian quasi-likelihood function is computed from the approximated solution of the original SDE through the Local linear method. The estimators obtained by maximizing this function are referred to as the Gaussian quasi-maximum likelihood estimator (GQMLE). We study the properties of this GQMLE through a one-step estimation using the Local linear Gaussian quasi-likelihood function based on the initial estimators.

In the second study, we investigate an EM algorithm-based method to estimate the parameters in a Levy-driven SDE with Markovian switching. The Markovian switching involved in SDE models appears frequently in the literature on movement ecology because it provides a way to describe changes in the underlying mechanisms that govern animal movement. Markovian switching refers to the idea that an individual's movement can switch between different states, depending on environmental conditions or other factors. The Markovian switching component is given by a hidden Markov chain with finite state space inside the coefficients or parameters of the SDE model. The addition of a switching component adds complexity to the model, as the parameters may change in different regimes. The difficulty also appears due to the information on the Markov chain is typically unknown, the only available information is the position data of the individual. There are only a few studies dealing with parameter estimation for switching SDE models through discrete observations. The aim of this study is to propose a practical method to estimate parameters in a certain switching Levy-driven SDE. The study focuses on a one-dimensional switching Ornstein-Uhlenbeck type SDE, which is driven by a Normal Inverse Gaussian (NIG) Levy process. The parameters in the model are present in the drift coefficients and the NIG distribution of the driven noise, and the parameters in the drift coefficients depend on the regimes of the hidden Markov chain. Since the Markov chain is unobserved, we refer to the EM algorithm to estimate the parameters. In the study, we construct a Cauchy quasi-likelihood function based on the Euler-Maruyama approximation and propose an EM algorithm to calculate the Cauchy quasi-maximum likelihood estimator. In the future, we intend to extend our focus from one-dimensional SDEs to two-dimensional SDEs, which are of primary interest in the field of movement ecology. Additionally, the application of rapidly developing computational methods based on deep learning techniques to switching SDE models is also one of my interests.

2.数学共創モデリング・数学創発モデリングの報告（研究テーマ、活動内容、成果等）

In the modeling course, I joined Professor Ton Ta's laboratory in the Faculty of Agriculture. During the course, we study the theory of deep learning from a practical point of view in a regular seminar.

The theme of study in Professor Ton's laboratory is weather forecasting using deep learning techniques. The problem is to construct a forecasting model through a deep neural network based on data collected from the Ito campus, Kyushu University. The data is a record per 10 minutes during 2021 and 2022, consisting of seven variables: Temperature, humidity, Solar radiation, Wind speed, Wind direction, rainfall, and Pressure. Our goal is to use a single deep learning model to predict all seven parameters. Before building the model, we will preprocess the data, dividing it into a training set and test set, and reducing its dimensionality. Our chosen network is a Multilayer Perceptron (MLP), a commonly used deep neural network with fully connected layers. In our study, we examine an MLP with three layers: one input layer, one output layer, and one hidden layer. We use a stochastic gradient descent algorithm with a squared loss function to update the parameters during training. The architecture of the MLP will be determined by the number of hidden nodes, and the training performance will be controlled by the learning rate hyperparameter. To find the best combination of hidden nodes and learning rate, we will use k-fold cross-validation. The final model shows good results in terms of the squared loss on the test set, and it is capable of simultaneously predicting all seven parameters, which is a unique advantage of our approach. The study results will be presented in a future paper.

3.共創力強化インターンシップの報告

I have secured an internship opportunity at University Paris-Saclay, UMI SOURCE, IRD, UVSQ, France. It will run from April to July 2023. Professor Stephane Goutte will be my mentor during my internship. The topic of this internship is the switching SDE model which is closely related to my study. He has made numerous contributions to the field and his work serves as a valuable reference for my own research. I am confident that this 3-month internship will provide me with a wealth of new knowledge and skills, and will allow me to gain valuable experience in the study of switching SDE models.

4.卓越大学院プログラムの種々の活動報告

I have participated in the following conferences/Seminars:
Bulletin of Informatics and Cybernetics symposium 2021 (Presentation)
Bulletin of Informatics and Cybernetics symposium 2022 (Presentation)

異分野・異業種研究交流会 2021 (Presentation)

異分野・異業種研究交流会 2022

International Workshop on Education and Research for Future Electronics 2023
The 4th International Symposium on AI Electronics 2023 (Presentation)

5.最終年度のプログラム生としての活動計画

As a final-year Ph.D. student, I am planning to concentrate on completing my thesis by writing up my two studies and submitting them for publication in relevant journals. I will continue working in Professor ton's lab and aim to publish my research on weather forecasting as well.

野田 航平

Preliminary Thesis Exam: 予稿

野田 航平 (博士後期課程 3 年) 指導教員: 白井朋之 教授

1. 研究の背景・過程・今後の戦略

1.1. 研究の背景.

1.1.1. 直交多項式の手法による非エルミートランダム行列の *overlap*. 1990 年に Chalker と Mehling は非正規ランダム行列，特に Ginibre unitary ensemble の確率力学的拡張に動機付けを受けて左/右固有ベクトルによって定義される overlap という量を調べた．正規行列の overlap は恒等行列に退化するので，overlap は非正規行列を考える時のみ非自明な量となる．また，この overlap は非正規行列値ブラウン運動の固有値の確率解析における固有値の二次変分として現れる．また，overlap は condition number の役割を果たし，スペクトルの不安定性を調べる上で重要な量である．従って，overlap を解析することは確率論的にも数値解析的にも重要であるにも関わらず，overlap の研究は 2010 年代後半まで固有値の膨大な研究結果に比べて，技術的な困難のためにほとんどなされていなかった．[1] (可積分系) と [4] (確率論的) のブレイクスルーをきっかけに overlap の研究の糸口が見つかったが依然として overlap には未知の点が多い．私は主に [1] の研究をベースとして，induced Ginibre unitary ensemble や induced spherical unitary ensemble のような weakly non-unitary regime を有するランダム行列模型の確率力学の構成及び解析を念頭に overlap の種々のスケーリング極限や普遍性の研究を行なっている．

1.1.2. ガウス型解析関数の零点過程. Peres と Virág は複素標準正規分布を係数に持つランダム冪級数の零点を確率過程（点過程と呼ばれる）を研究し，その点過程は単位円板上で定義される Bergmann 核を再生核に持つ行列式点過程となる．さて，この係数の独立分布性の条件を外すと点過程は Peres と Virá のものと比べてどのくらい異なる振る舞いをするだろうか？これは自然な問いであるが，これまで研究されていなかった．白井教授との共同研究で係数の独立同分布ではなく，finitely dependent なガウス過程としたときに，零点過程は係数のガウス過程のスペクトル密度関数の零点に敏感に影響を受けること示すことが目標である．

1.2. 研究の過程. 研究過程は次のようにまとめられる：

(1) 1.1.1に関して，induced Ginibre unitary ensemble と induced spherical unitary ensemble の overlap の行列式構造を示し，そのスケーリング極限を計算することで，ある種の普遍性を示した．また，weakly non-unitary regime に関するスケーリング極限を考えることで，ある意味で circular unitary ensemble (ユニタリ行列なので正規行列) と Ginibre unitary ensemble (非正規行列) を補間する overlap の極限を考察した．これは二つの論文として，arxiv に投稿し，反応を見てから国際雑誌に投稿予定である．

(2) 1.1.2に関して，finitely dependent Gaussian process を係数に持つランダム冪級数は係数によって決まるガウス過程のスペクトル関数の零点の重複度に依存して，その零点の個数の期待値の漸近挙動のオーダーが小さくなることを示した．この結果は国際雑誌に投稿し *K. Noda and T.Shirai, Expected Number of Zeros of Random Power Series with Finitely Dependent Gaussian Coefficients. J Theor Probab (2022).* として受理，掲載された．

(3) 共創力強化インターンシップで詳しいことを記述するが，Ginibre symplectic ensemble の overlap の Pfaffian 構造を条件付ける点を実数にした仮定のもとで示した．

1.3. 今後の戦略.

(1) 研究過程 (1) は元々elliptic GinUE (eGinUE) の overlap の行列式構造（この模型もまた weak non-unitary regime を有し，特に Gaussian unitary ensemble と Ginibre ensemble を補間する模型として極めて興味深い）を示す試みへの最初のステップとして考えてみた内容である．そこでの手法は eGinUE にそのまま適用することはできない．難点は，研究過程 (1) での手法は moment 法に基づいており，moment 法は本質的に逆行列の計算できるかどうかが鍵となるが，eGinUE にその手法を適用することは現実的には難しいと言わざる得ない．そのような手法に依らない堅牢な手法を開発することが必要である．結果だけを見れば，overlap の可積分構造は特性多項式を対数ポテンシャルと見做したクーロンガス模型の直交多項式や核関数の計算と類似する点が多いので，代数的に特別な構

造があるのではないかと期待している．しかし，それを看破することは容易ではないが，overlap の計算のからくりを後述する節3での GinSE の overlap の Pfaffian 構造の研究と並行して行う．また，GinSE の固有値過程と overlap 過程の SDE を導出する．

(2) 研究過程 (2) は分散の計算や finitely depenent という過程をより一般的なクラスに拡張することやそのような例を見つけることが研究課題として残っている．特に，分散も期待値同様に漸近挙動が slower になることは期待されるが，その計算は二重の contour 積分を含むため簡単ではない．しかし，問題に対するアプローチは期待値と基本的には同様であるため，その計算を実行する．

2. 数学共創モデリング・数学創発モデリングの報告（研究テーマ、活動内容、成果等）

2.1. 研究のテーマ. ソフトウェアに関するセキキュリティは暗号理論（計算機代数）の進展によって良い成果を納めていると言えるが，物理層のセキュリティ（ハードウェア）の側面に関していえば，若干弱い側面があるのが現状である．そこで，物理層，荒く言えば，信号やバイナリデータ列にランダムなノイズと暗号鍵による撹乱を起こすことで，複合化の方法を知っている者同士で安全にデータの送受を行いたいというのがモチベーションである．藤井–廣川の仕事では，モデルの定義と数値実験によるパラーメータによる系の安定性のみが議論されており，期待される性質に関して数学的証明を付けることが目的である．

2.2. 活動内容. 信号を N 回ノイズで撹乱し，その信号を復元する問題を考えた．原理的にはステップ毎に撹乱をしているので，ステップ毎にフィルタリングすれば良い．従って，$N=1$ の場合を理解することが最初のステップであった．$N=1$ は完全に理解することができたが，一般の N については問題の状況を整理することはできたが理解は進んでいない．得られた解を使って，遡り式でフィルタリングをしていけば良いはずだが，具体的に書き下すことや定量的な評価を得ることは難しい．また，残念ながら論文等の完成までには至っておらず，中途半端な形で終わっていることは心残りであると言わざる得ない．

3. 共創力強化インターンシップの報告（期間、企業・部署名、研究テーマ、活動内容、成果等）

3.1. 実施期間，実施機関：Bielefeld University. 2023 年 1 月 10 日（火）から 2023 年 3 月 17 日（金）（移動日込）の期間にドイツの Bielefeld 大学で数理物理・ランダム行列理論の専門家である Gernot Akemann の下で共創力強化インターンシップ・国際インターンシップを実施した．部局は Bielefeld 大学の物理学科に客員研究員として所属した．

3.2. 研究テーマ. Ginibre(1965) が導入したランダム行列模型の内，Ginibre symplectic ensemble(GinSE) の overlap の可積分構造を研究した．GinSE の固有値は Pfaffian 点過程と呼ばれる行列式点過程とは異なる点過程になる．とりわけ興味深いことは，GinSE の固有値分布は実軸に関する複素共役反転性を持ち，Pfaffian 点過程の性質を決める核関数のスケーリング極限を考える時，実軸上の周りか真に実軸上周りから離れた複素平面上で考えるかで、極限で得られる点過程は異なる．実際，前者は Pfaffian 点過程であり，後者は行列式点過程で退化する．そのような描像は overlap に対しても現れるのではないかと [2] で予想されているが，そのような系統的な研究は全くなかった．そこで，歪直交多項式と呼ばれる直交多項式とは異なる内積によって決まる多項式の族を使って，overlap の Pfaffian 構造を示し，その極限を計算することが研究テーマである．

3.3. 活動内容. Bielefeld 大学で Akemann と GinSE の overlap や今後の GinSE に関連する話題や Ginibre orthogonal ensemble (GinOE) に関連する話題（eliptic GinOE や product GinOE 等）の研究の方向性などを議論した．競合研究者が多いので，この中で今後追求する価値のある（他の研究者が目を付けていない）話題を探すのは難しい中で，その方面の専門家から多くの話題を聞き出すことができたのは価値があるものであった．後述するように，GinSE の overlap に関する結果も出すことができ，これは当該分野で初めての結果である．この結果をさらに深く研究し，一般的な記述にアップグレードすることが今後の研究課題である．また，滞在中に Tenth Bielefeld-SNU joint Workshop in Mathematics に参加し，Jonas Jalowy や Markus Ebke とも議論することができた．

3.4. 成果等. 受入研究者の Akemann との共同研究にて，条件づける点が実点あるという仮定の下で，GinSE の on-diagonal overlap の Pfaffian 構造を示した．その主張は長いので，ここでは省略するが，その手法は [3] における歪直交多項式の構成法に依存しない手法であり（overlap の設定はそこでの手法を適用することができない），この overlap に関する Pfaffian 構造という斬新な結果だけでなく，歪直交多項式の新しい構成法を示したという点でも新しい．極限の計算や条件づける点を任意の複素点に拡張するという問題は引き続き Akemann との共同研究を進める．

4. 卓越大学院プログラムの種々の活動報告（学会発表、セミナー、研究集会参加報告等）

4.1. 研究集会参加等.

4.1.1. *2023/04/01-.*

(1) 2023/6/8: Determinantal structure of induced Ginibre/spherical unitary ensemble, Random Matrices and Applications, 5th–9th, June, 2023, RIMS (Japan) (scheduled).

4.1.2. *2022/04/01-2023/03/31.*

(1) 2023/3/29: Overlaps of non-Hermitian random matrices, 富士通意思決定数理モデリング共同研究部門 技術交流会, 29th, March, 2023.
(2) 2022/12/14: Zeros of random power series with dependent Gaussian coefficients, Analysis, PDE & Probability seminar, KIAS (Korea).
(3) 2022/11/24: Zeros of random power series with dependent Gaussian coefficients, Forum "Math-for-Industry" 2022, Poster session, 21th–25th, 2022, La Trobe University (Australia).
(4) 2022/5/13: ランダム行列と二次元クーロンガス, 九州確率論セミナー.

4.1.3. *2021/04/01-2022/03/31.*

(1) 2021/12/14: Zeros of random power series with finitely dependent Gaussian coefficients, Forum "Math-for-industry" 2021, poster session,13th–15th December, 2021, Hybrid.
(2) 2021/12/09: Asymptotic behavior of zeros of random power series with stationary complex Gaussian process coefficients, The 19th Symposium
(3) Stochastic Analysis on Large Scale Interacting Systems,7th–9th December,2021 ,Online (Invited).
(4) 2021/11/23: Zeros of random power series with coefficients being stationary complex Gaussian process, Workshop on "Non-commutative Probability and Related Fields 2021",23th–24th September, 2021, Hybrid (Invited).
(5) 2021/10/16: 定常複素ガウス過程を係数に持つランダム冪級数の零点について, 無限粒子系、確率場の諸問題 XVI, 2021 年 10 月 16 日-17 日 2021/08/06: Expected number of zeros of random power series with dependent Gaussian coefficients, 13th ISAAC Congress, 2th–6th August, 2021, Online.
(6) 2021/04/26: ガウス型解析関数とその零点, Math-for-Innovation Cafe, 26th April, 2021, Hybrid.

4.1.4. *Scientific Visits.*

(1) 2022/12/12-2022/12/17: Korea Institute for Advanced Study (KIAS), Host: Sung-Soo Byun

4.2. 研究集会参加報告等.

(1) Bielefeld-Melbourne Random Matrix Theory Seminar, Virtual Seminar.
(2) Workshop on Probabilistic Methods in Statistical Mechanics of Random Media and Random Fields 2023, Jan 9th–13th, 2023. (one day and technical supporter)
(3) Tenth Bielefeld-SNU joint Workshop in Mathematics, 21th–24th, February, 2023, Center for Interdisciplinary Research, Bielefeld

4.3. マス・イノベーション・セミナー. マス・フォア・イノベーションセミナーをコロナウイルスの影響を比較的強く受ける時期にオーガナイザーとして開催した．以下はその例である．

(1) 第 5 回：2021 年 10 月 20 日（水）16:30–18:00, 講演者:園田 翔 氏（理化学研究所革新知能統合研究センター深層学習理論チーム）
(2) 第 6 回：2021 年 12 月 1 日（水）16:30–18:00, 講演者:藤木 結香 氏（東北大学材料科学高等研究所）
(3) 第 7 回：2021 年 12 月 21 日（火）17:30-18:30, 講演者:青柳 美輝 氏（日本大学理工学部数学科）

である．

5. 最終年度のプログラム生としての活動計画

5.1. 節 1.1.1の研究の続き．節 4の共創力強化インターンシップの共同研究の続き． 節 1.3で記述したように，研究課題は依然として多くあり，Akmeann と Sung-Soo Byun (KIAS) の共同研究や eGinUE の overlap, GinSE の固有値過程や overlap 過程 SDE の導出など，博士論文提出前に可能な限り計算し（博士論文のベースは本資料で記述した内容をベースにする），できたものから順にキリがいいところで論文の作成とプレプリントとして投稿，国際雑誌への投稿を行なっていく予定である．

5.2. 研究成果を講演発表し，研究集会に参加して，研究を発展させる． 得られた研究成果を講演発表やポスター発表し，専門家の意見や反応を伺う．また，幸いにも今年は確率論の著名な研究者が多く来日する．直近では，ランダム行列をテーマに大きな国際研究集会があり，そこでポスター発表も行う．私の研究分野や興味として一番近い Seong-Mi Seo 氏も来日・講演されるので，持っている研究のトピックに関する計算を事前に進めて，Seo さんと議論する．

3

References

[1] G. Akemann, R. Tribe, A. Tsareas, and O. Zaboronski, On the determinantal structure of conditional overlaps for the complex Ginibre ensemble, Random Matrices: Theory and Applications 9 (2020), no. 04, 2050015. MR4133071

[2] G. Akemann, Y. Förster and M. Kieburg.: Universal eigenvector correlations in quaternionic Ginibre ensembles, J. Phys. A., 53, (2020), 145201.

[3] G. Akemann, M. Ebke, and I. Parra. Skew-orthogonal polynomials in the complex plane and their Bergman-like kernels. Comm. Math. Phys., 389(1):621–659, 2022

[4] P. Bourgade and G. Dubach.:The distribution of overlaps between eigenvectors of Ginibre matrices, Probab. Theory Relat. Fields 177 (2020), 397–464.

[5] K. Noda and T.Shirai, Expected Number of Zeros of Random Power Series with Finitely Dependent Gaussian Coefficients. J Theor Probab (2022).

[6] K. Noda: Determinantal structure of the overlaps of the induced spherical unitary ensemble, in preparation.

[7] K. Noda: Determinantal structure of the overlaps of the induced Ginibre unitary ensemble, in preparation.

Joint Graduate School of Mathematics for Innovation, Kyushu University, Motooka 744, Nishi-ku, Fukuoka 819-0395, Japan

Email address: `noda.kohei.721@s.kyushu-u.ac.jp`

吉瀬 流星

PRELIMINARY THESIS EXAM 予稿

吉瀬流星（マス・フォア・イノベーション・連係学府 D2）

1. 数学の研究について

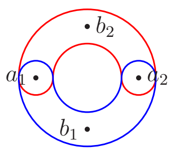
1.1. 概要.

- 研究メンター：岩瀬 則夫 先生
- 研究テーマ：finite space のホモトピー論について

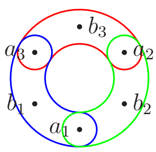
1.2. 研究背景. 有限集合上の位相空間を finite space という．そのトポロジー的性質の多くは組み合わせ的に記述できるため, 組み合わせ論とトポロジーを結ぶ重要な対象として研究されている．例えば, 力学系や群論, デジタルロポロジーなどへの応用が知られている．

特に代数トポロジーの観点からも興味深いものがあり, McCord は単体複体に対し, 弱ホモトピー同値な finite space が存在することを証明した．これは大雑把に言い換えると, 連続的な空間の単体複体が, ホモロジー的には, finite space で近似できるということになる．ホモロジー以外の他のホモトピー不変量についてはどうであるかというのが自然な問いであるが, 本研究では, 特に「LS カテゴリー」や「位相的複雑さ」というホモトピー不変量を中心に, finite space のホモトピー論について調べている．

1.3. 現在の状況. これまで位相的複雑さが決定されている finite space は, 点が少ないケースのみであったが, Tanaka や Kandra によって, 部分的に調べられていた Khalimsky circle $\mathbb{S}_n$ の位相的複雑さを, 全てのケースで決定し, 結果として, Tanaka が挙げた finite space の位相的複雑さに関する 2 つの予想を解決することができた．さらにその考察の中で, finite space のホモトピーについて成り立ついくつかの事実を得ることができた．



(a) $\mathbb{S}^1_2$



(b) $\mathbb{S}^1_3$

1.4. **今後の方針.**

(1) これまでの研究の中で得た考察をもとに, finite space のホモトピー論, および単体複体や方体複体に対するホモトピー論について, 引き続き研究を行ないたい.
(2) finite space のホモトピー論が一部理論的に用いられているデジタルトロポロジーについて, 応用を考えていきたい.
(3) コンピュータの計算などを用いて, 各不変量の近似を行いたい.

2. 数学創発モデリングについて

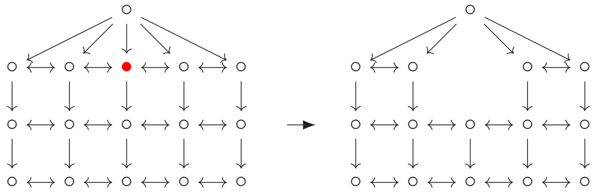
2.1. **概要.**

- 共創メンター：山本 薫 先生（システム情報科学研究院 電気システム工学部門）
- 研究テーマ：平面上のマルチエージェントシステムの制御について
- 期間：2021 年 10 月〜　1,2 週毎に 1 回, 山本先生とミーティングを通して数学と工学の両方から考察を行った.

2.2. **発表.**　山本先生との共同研究が CDC2022 に採択され, 2022 年 12 月 6 日, メキシコのカンクンにて発表を行った. （プログラムに旅費を支援していただきました.）

2.3. **内容.** 平面上のマルチエージェントシステムの分散制御について考えた. 相互に情報のやり取りを行う移動型ロボットが, 平面上においてフォーメーションを組んでいる状況において, あるロボットが, 目的を達成したり, 故障したりすることによって, フォーメーションから離脱する場合が考えられるが, そのような状況においても, 各ロボットの方向や位置の合意を達成できるようにしたい. そのパフォーマンスの評価として, 合意速度と関係する代数的連結度について調べた.

2.4. **結果.** まず, 平面上の自然なフォーメーションから得られる様々な有向グラフに対して, MATLAB を用いながら代数的連結度の計算を行った. そして, 階層的パスグラフと呼ばれるグラフのクラスにおいて, あるノードを取り除いたグラフの代数的連結度が元のグラフから真に小さくなる場合の必要十分条件を得ることができた. これは各ノードの above-degree という局所的な情報のみによって記述されるため, 連結度を回復するようなフォーメーションコントロールを, 分散制御によって行うことが期待される.



2.5. **課題.** コントロールの設計までには至らなかったので, 上の結果を用いて, 平面上のマルチエージェントシステムを制御する方法を考えたい.

3. 卓越大学院プログラムの種々の活動報告

3.1. **SGW.**

- 2021 年度：法律の課題グループに学生メンターとして参加
- 2022 年度：結晶学の課題グループに参加

3.2. **数理 DS 線形代数オンライン教材作成プロジェクト.** 2021 年 8 月より, データサイエンス初学者向けのオンライン教材作りのプロジェクトに, RA として従事している. WeBWorK という e ラーニングプラットフォーム上で, 数理学府や他の MFI 連係学府の学生とともに, 線形代数の文章問題を作成している.

3.3. **その他.**

- マスフォア・イノベーション・カフェ / セミナー
- 数理 DS 活用 PBL 集中講義 2022 年 9 月 1 日〜 7 日
- 東北大学 AIE 国際シンポジウム 2023 年 2 月 12 日〜 14 日

4. 共創力強化インターンシップについて

下記の通り, 来年度のインターンシップを計画している.

- 訪問先: Mark Grant 先生 (イギリス, アバディーン大学)
- 期日: 7 月下旬〜 9 月

これまでの活動に関して, 岩瀬先生, 山本先生をはじめ, 連係学府の先生方や支援室の方々に支援していただき, 貴重な経験をたくさんすることができました. 心から感謝いたします.

陳 林

Preliminary Thesis Exam

マス・フォア・イノベーション連係学府
システム情報科学系　博士後期課程 3 年
陳　林

一、行っている研究

①　研究背景・目的

【研究背景】呼気中病態生理過程で生成された分子量が比較的小さい揮発性有機化合物(biogenic Volatile Organic Compounds: bVOCs)を検出し、分析すると人体の生理状態の変化や病気を診断できる可能性がある。

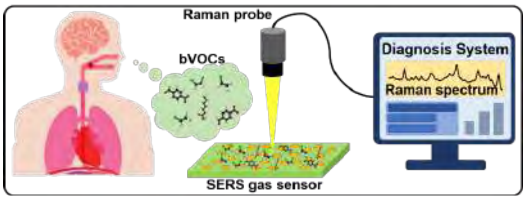


図 1　SERS ガスセンサによる呼気診断概念図

<u>表面増強ラマン散乱（SERS: Surface-enhanced Raman scattering)</u>は貴金属ナノ構造の表面プラズモン共鳴現象によって単分子レベルの化学物質を超高感度検出できるガス分析技術として期待される。SERS センサから得たスペクトルでの特徴ピークが検出物質の特有の分子振動情報を表し、スペクトルを解析すると呼気中のガス成分を識別できる。

【研究目的】SERS センシング技術を利用して、ガスを検知できるセンサを開発する。製作したセンサを使い、ガスのラマンスペクトルを取得する。数学・統計力の知識と機械学習などの AI 技術を組み合わせて、ラマンスペクトルに適するガスの識別方法を創り出す。

②　研究 1：フィルタを持つ SERS センサでガスを識別

複雑な呼気中ラマンスペクトルが重ねているガス分子が存在しているので、直接に SERS ガスセンサを利用して区別しにくいである。SERS センサ上に多層ポリマーフィルタ膜を作成し、ガスへの異なる親和性によりガスを検知する。

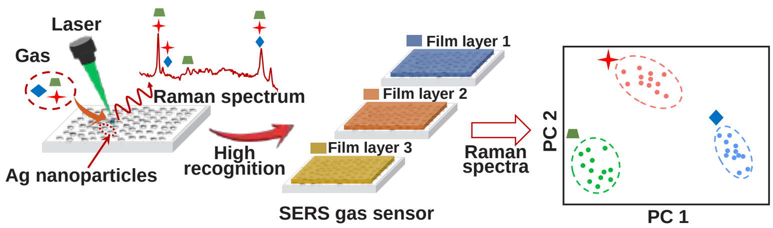


図 2　SERS ガスセンサにフイルムをスピンコーティングすることにより、センサを選択性を与えて、ガスを識別する。

SERS ガスセンサ上で二層構造のフィルタ膜を作製する方法により、3 つのベンゼン環

を持つ芳香族化合物のガスを検知した。主成分分析（PCA）方法を使って検知結果を解析すると、3 種のガスへの識別機能を実現した。

③　研究 2：SERS センサを使って混合ガスの識別

　スパッタリング装置を利用して、スパッタリング条件を調整して高い感度を持つ SERS センサを製作する。多種の単体ガスと混合ガスを検知してガスのラマンスペクトルデータを作った。機械学習を使ってまとめたデータセットの Close set 認識を実現する。Open set 認識について、深層学習とオッペンセット認識方法でデータセット中の未知と既知ガス種を区別する。

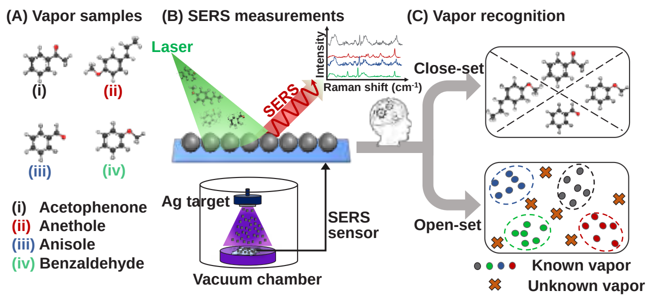


図 3　(A, B) スパッタリング方法で SERS ガスセンサを製作し、混合ガスを検知する。(C) 取得したラマンスペクトルを close-set と open-set 認識を行ってガス種を識別する。

　アセトフェノン、アネトール、アニソール、ベンズアルデヒドを検出ガスとして、その単体ガスと混合ガスを検知した。結果、単体ガス、二種と三種の単体ガスを混合した 14 種ガスを検知できた。Close set 認識として、SVM（Support Vector Machine）モデルを使って、認識正確率が 99.93%に達成した。Open set 認識では、Class Anchor Clustering という方法を利用して未知・既知ガスを区別でき、既知ガス種を識別できた。

④　研究 3：ガス源の可視化

　化学方法で合成した Ag ナノ粒子をガラス基板に堆積することで、高感度を持つ SERS センサを製作した。そのセンサを用いて、3×3 センサーアレイを構築してガス源の上に置き、ガスを吸着させる。その後、自動スキャン検出システムを利用して、センサを走査することにより、ガス源の可視化を実現できた。

　ベンズアルデヒドガス源を 2 つの位置に置いて、1 つの SERS センサアレイで検知する。そして、取得したスペクトルの特徴的なピークの強度はヒートマップを描いて、ガス源を可視化する結果をもらった。

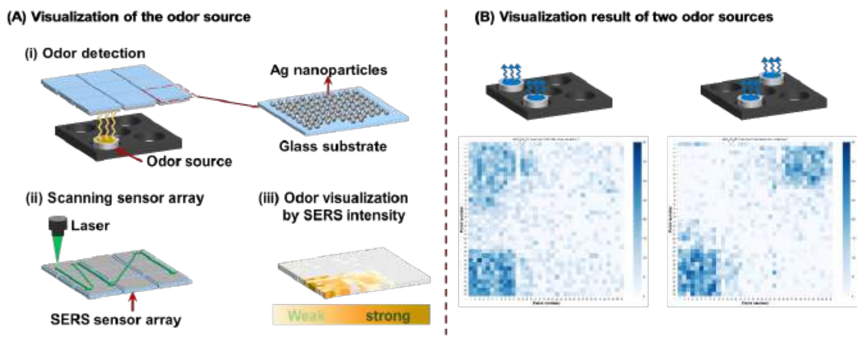


図 4 (A - i) 化学方法で制作した Ag ナノ粒子をガラス基板に堆積して SERS センサを制作した。(A - ii) ガスが吸着した SERS センサアレイをスキャンすると、ガス源を可視化する。(B) 2 つのガス源の可視化結果。

二、強化インターンシープの報告

① インターンシープ先

2022.12.14 から 2023.03.09 まで、日立製作所中央研究所のヘルスケア IT 研究部に三か月のインターンシップに参加した。

② 研究テーマ・活動内容

インターンシープ期間、「生体・行動データを用いた業務上の危険リスク予測技術の開発」を研究テーマとして、研究活動を行った。

図 5　インターンシープ先で行った活動内容。

③ 研究成果

生体データを採集できる実験システムを構築できた。取得した生体データのノイズを除去する方法を創り出した。その後、生体データの神経機能特徴量を抽出して、疲労状態を予測するモデルを作った。モデルからの計算結果を見ると、作業者の疲労状態を予測できる可能性があった。

九州大学マス・フォア・イノベーション卓越大学院プログラム

活動報告書
2022

2023年9月発行

〒819-0395　福岡市西区元岡744
E-mail: gpmioffice@jimu.kyushu-u.ac.jp
Website: https://www.jgmi.kyushu-u.ac.jp/

Graduate Program of
Mathematics for Innovation